

## Inhoudstafel

Problemen oplossen .....	1
Belang van problemen oplossen .....	1
Krachtige onderwijsleeromgevingen voor problemen oplossen .....	2
Besteed ruim aandacht aan metacognitieve vaardigheden die aangeleerd moeten worden.....	3
Heuristieken .....	6
Werk met één stappenplan dat breed toepasbaar is op verschillende opdrachten .....	8
Bied functionele, uitdagende en realistische opgaven aan.....	9
Computationeel denken .....	16
Bronnen .....	18
Bijlagen .....	19

## Problemen oplossen

### 1. Problemen oplossen

- In de literatuur worden nogal wat termen door elkaar gebruikt: vraagstukken, klassieke vraagstukken, schoolvraagstukken, levensechte vraagstukken, rekenverhaaltjes, contexten, realistische problemen, realistische contexten, toepassingen...
- Om wat uit deze impasse te geraken opteren we ervoor om de meer algemene term '**problemen oplossen**' te gebruiken, waarmee we dan de hele rijke schakering van schoolvraagstukken tot en met contexten willen bestrijken.
- In de **reader van 2007** '**(h)eureka, probleemoplossende vaardigheden binnen wiskunde**' vind je op pag. 4-7 een heel uitgebreid hoofdstuk over 'contexten'. Deze reader vind je ook op het extranet van OVSG: [www.ovsg.be](http://www.ovsg.be) → pedagogische begeleiding → Pedagogisch: basisonderwijs → Wiskunde.

 **PROBLEEMOPLOSSENDE VAARDIGHEDEN reader 2007**

- Onze samenleving **verandert** in een snel tempo, mede onder invloed van **digitalisering en globalisering**. Van kinderen en jongeren worden dan ook vaardigheden verwacht waarbij zij zelfstandig problemen kunnen onderkennen, aanpakken en oplossen en nieuwe ideeën kunnen genereren.
- **Computers** nemen steeds meer routinematige taken over. Daardoor ontstaat er een verschuiving van werkzaamheden: de leerlingen doen minder uitvoerend rekenwerk en het niet-routinematige werk (bv. het uitvoeren van analytische taken in (multidisciplinaire) teams) neemt juist in hoeveelheid toe.
- Ook binnen de wiskunde en het wiskunde-onderwijs zien we een **verschuiving** in doelen en leerstof, bv. data verzamelen, interpreteren en analyseren en daarmee aan de slag gaan, lezen en genereren van allerlei grafieken en tabellen, min of meer complexe problemen aanpakken en oplossen, programmeren, controleren van verzamelde en gegenereerde digitale gegevens (bv. juistheid controleren van door de belastingdienst verzamelde en ingevulde gegevens)...

### 3. Krachtige onderwijsleeromgevingen voor problemen oplossen

- In onderwijs willen we dat onze leerlingen **goede probleemoplossers** worden. Problemen los je niet in je eentje op. Leerlingen zullen dus ook moeten leren samenwerken aan een probleem en communiceren met elkaar over aanpak-en oplossingsgedrag. De leerlingen zullen doelgericht problemen moeten kunnen aanpakken en oplossen. Daarbij zullen zij zichzelf kritische vragen moeten leren stellen. Daarbij zullen zij meer en meer werken en communiceren met digitale middelen. Zij zullen dus met de juiste digitale middelen moeten kunnen omgaan. Het is een pluspunt als de leerlingen beschikken over kennis en vaardigheden die digitale apparaten niet bezitten, zoals bv. handelend rekenen, construeren, onderzoeken, samenwerken, zelf tekenen, het kunnen genereren van nieuwe ideeën, het vinden van originele oplossingen, kunnen reflecteren en kritisch kunnen denken.
- De leerkracht heeft een cruciale rol: hij/zij zal de leerlingen via **krachtige instructie-en inoefentechnieken** leren hoe zij (wiskundige) problemen kunnen aanpakken en oplossen.
- In de bovengenoemde reader opteren we voor **krachtige onderwijsleeromgevingen** voor probleemoplossen, waarbij het de bedoeling is de leerlingen te stimuleren om meer actieve, planmatige en bewuste oplosers van wiskundige problemen te worden.
- Die krachtige onderwijsleeromgevingen worden gekenmerkt door een goed evenwicht tussen enerzijds het creëren van kansen tot **zelfstandig exploreren door de leerlingen** en anderzijds het bieden van voldoende **systematische instructie, ondersteuning en begeleiding door de leraar**.
- We onderscheiden **7 pijlers** die samen een krachtige onderwijsleeromgeving voor probleemoplossend wiskundeonderwijs vormen. We beperken ons hier tot een opsomming en overzicht van deze 7 pijlers, die je terugvindt in de reader 2007 op pag. 8- 31.

- **Leerinhoud:**
  - domeinspecifieke kennis;
  - heuristieken;
  - metacognitie;
  - affectieve componenten.
- **het aanleren van een algemene strategie voor het vaardig oplossen van wiskundeproblemen:**
  - modellen en componenten van probleemoplossen;
  - enkele voorbeelden van stappenplannen;
  - enkele suggesties voor het aanbrengen en werken met stappenplannen.
- **het ontwikkelen van adequate denkbeelden en houdingen bij het leren oplossen van wiskundeproblemen;**
- **het aanbieden van een functioneel, uitdagend en realistisch opgavenaanbod;**
- **het gebruiken van een gevarieerd aanbod van werkvormen, instructie- en inoefentechnieken:**
  - typische voorbeelden van krachtige instructie-en inoefentechnieken:
    - ❖ aanwenden van relevante didactiek;
    - ❖ leiden van onderwijsleergesprekken;
    - ❖ begeleiden van het individuele leerproces;

<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ modelleren;</li> <li>❖ coachen;</li> <li>❖ rechtstreeks helpen (scaffolding);</li> <li>❖ expliciteren;</li> <li>❖ reflecteren;</li> <li>❖ exploreren;</li> <li>❖ generaliseren (veralgemenen);</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ directe instructie als sterke uitgangsbasis voor leren probleemoplossen;</li> <li>➤ belang van coöperatief leren.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>de weg naar zelfgestuurd leren: een evolutie van leraarsturing naar zelfsturing:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ leraargestuurd leren: de leraar demonstreert de leeractiviteiten;</li> <li>➤ gedeelde sturing; de leraar activeert;</li> <li>➤ leerlinggestuurd leren: de leraar vervult de rol van coach.</li> </ul> </li> <li>○ <b>het bieden van hulp:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ verlengde instructie;</li> <li>➤ diagnostisch gesprek;</li> <li>➤ verschillende niveaus van hulp bieden (dit hebben we voor meten verder uitgewerkt en geconcretiseerd in de leerlingenkaart 'Hoe word ik een echte wiskundehelper?', die je vindt in kwaliteitskaart meten 2 Instructie en constructie in de meetles.).</li> </ul> </li> </ul>
---

- In deze kwaliteitskaart vullen we de tekst uit de reader van 2007 aan met nieuwe en recente inzichten. We raden je aan om **deze reader naast deze kwaliteitskaart** te gebruiken.

#### 4. Besteed ruim aandacht aan metacognitieve vaardigheden die aangeleerd moeten worden

- Metacognitie betekent: denken over het eigen denken.
- Metacognitie bestaat uit twee luiken.
  - **Metacognitieve kennis:** de kennis die men heeft over het eigen cognitief functioneren.

types van metacognitieve kennis	uitleg - verklaring	voorbeeld
kennis over persoonskenmerken	kennis over de eigen sterke en zwakke kanten	“Cijferen kan ik beter dan hoofdrekenen.”
kennis over taakkenmerken	kennis over de verschillende karakteristieken van een taak	“Een moeilijk probleem splits ik beter op in deelproblemen.”
kennis over strategiekenmerken	kennis over verschillen in de effectiviteit van strategieën ter bevordering van	“Als je de situatie tekent, zie je dikwijls meer. Je kunt je dan het probleem beter voorstellen en oplossen.”

	begrijpen, onthouden, reproduceren	
kennis over het samenspel tussen persoons-, taak- en strategiekenmerken		“Bij de volgende toets meten neem ik mij voor om netjes en ordelijk te werken. Dat is belangrijk omdat ik van mezelf weet dat ik nogal wat fouten maak omwille van mijn slordigheid.”

- **Metacognitieve vaardigheden** zijn vaardigheden waarmee het eigen denk- en leerproces wordt gestuurd en gereguleerd.  
We onderscheiden o.a.
  - het oriënteren op de taak (Wat moet ik doen?);
  - het stellen van doelen (Wat moet ik bereiken?);
  - het plannen van het oplossingsproces (Hoe bereik ik dat doel?);
  - systematisch werken;
  - zichzelf monitoren tijdens het oplossingsproces (Maak ik geen fouten? Begrijp ik alles? Als ik een fout maak, waar en wat moet ik bijstellen?);
  - evalueren van het oplossingsproces en de oplossing (Klopt mijn antwoord? Kan mijn antwoord wel in de werkelijkheid? (de KANDA-regel, Kan dat wel...?));
  - reflecteren op het oplossingsproces (Wat kan ik hiervan leren? Wat ga ik volgende keer anders/beter aanpakken?).
  - ...
  
- Hieronder geven we enkele **richtingwijzers** om de **metacognitieve vaardigheden van je leerlingen te stimuleren**.
  - **Leer** expliciet metacognitieve vaardigheden **aan**.
    - 1) Activeer voorkennis**  
Vraag aan de leerlingen hoe ze bv. een meetprobleem aanpakken, de oplossing controleren, schetsen en tekeningen inzetten om het probleem te visualiseren...  
Vraag naar vroegere successen en hinderpalen bij het oplossen van wiskunde problemen.
    - 2) Geef expliciete instructie over de aan te leren strategie**  
Doe de strategie hardop denkend voor (modelleren), bv. een schema maken met de relevante gegevens, concreet materiaal gebruiken, een tekening maken...Oefen dit samen met de leerlingen.
    - 3) Zorg dat de leerlingen de strategie onthouden**  
Stel regelmatig vragen in de les en de volgende lessen om na te gaan of de leerlingen de strategie begrijpen en toepassen.
    - 4) Geef begeleide oefening in het gebruik van de strategie**  
Stel in een volgende les de aangeleerde strategie(ën) in de kijker. Laat de leerlingen zelf veel input geven. Zo bouw je de ondersteuning geleidelijk af.
    - 5) Laat de leerlingen zelfstandig oefenen met de strategie**  
Als je denkt dat de leerlingen de aangeleerde strategie(ën) zelfstandig kunnen toepassen, kun je hen in de daarop volgende lessen eerst de opdrachten laten lezen en verkennen en hen daarna laten expliciteren welke strategie(ën) ze best kunnen inzetten en hoe ze dat dan kunnen doen.

## 6) Laat je leerlingen gestructureerd reflecteren over de gebruikte strategie

Bespreek op het eind van de les hoe ze de strategie(ën) hebben ingezet, hoe succesvol ze dat al dan niet hebben gedaan en hoe ze de strategie(ën) in de toekomst willen aanwenden. Laat de leerlingen dit hardop verwoorden. Stel hiertoe ondersteunende vragen zoals “Wat heb je geleerd?”, “Wat liep goed?”, “Waar botste je tegenaan?”, “Waar ben je trots op?”, “Wat ga je volgende keer beter/anders doen?”...

### o Geef gerichte **feedback**.

- ✓ Feedback is **informatie** die je geeft over bepaalde aspecten van iemands handelen of begrijpen. Feedback is het **gevolg van een ‘prestatie’**. Feedback moet specifiek verband houden met de **taak** of het **leerproces**. De sleutel voor effectieve feedback ligt in die feedback die de leerling ontvangt en waarmee hij/zij aan de slag kan.
- ✓ Het **doel** van feedback is de verschillen verkleinen tussen waar de leerlingen zijn in het leren en wat ze hopen/dienen te bereiken (doelen).
- ✓ Effectieve feedback beantwoordt **drie vragen**.
  1. Waar ga ik heen? Wat zijn mijn doelen? (**feed up**)
  2. Hoe bereik ik mijn doel? Waar sta ik nu? (**feed back**)
  3. Wat is de volgende stap? (**feed forward**)
- ✓ Elk van deze vragen werkt op vier niveaus.
  1. Feedback op **taakniveau**: deze feedback kan aanwijzingen bevatten om meer, andere of juiste informatie te verzamelen, bv. “Je dient bij het antwoord de juiste maateenheid te gebruiken. Controleer dat steeds.”
  2. Feedback op **procesniveau**: deze feedback is gericht op het proces dat nodig is om het de taak tot een goed einde te brengen, bv. “Heb je bij het oplossen van dit wiskunde probleem een tekening, schets of schema gemaakt? Waren die nauwkeurig of was hier geen strikte nauwkeurigheid vereist? Je weet toch dat in veel gevallen een tekening of schets duidelijkheid verschaft over het op te lossen probleem. Als je tekent, zie je meer.”
  3. Feedback op **niveau van zelfregulatie**: deze feedback is meer gericht op het monitoren door de leerling zelf van zijn eigen leerproces, bv. “Als je iets opzoekt op internet, is het raadzaam dat je een tweede en zelfs een derde infobron gebruikt om de juistheid van je informatie te checken. Denk aan een andere site, een boek, je leraar, een vriend...”
  4. Feedback op **persoonlijk niveau**: “Goed gewerkt”
- ✓ Weet dat feedback op **persoonlijk niveau** het **minst effectief** is. Iemand lof toezwaaien is zelden een gericht antwoord op de drie feedbackvragen en bijgevolg niet effectief om het leren te bevorderen.
- ✓ Formuleer je feedback **helder, doelbewust, betekenisvol** en compatibel met de **voorkennis** van de leerling.
- ✓ Formuleer feedback die aanzet tot **actie** van de leerling, m.a.w. de leerling moet iets hebben aan jouw feedback en moet er iets mee kunnen doen.
- ✓ Zorg ervoor dat je feedback gerelateerd is aan de **doelen** die je wilt bereiken met je leerlingen.
- ✓ Combineer feedback met **effectieve instructie**. Dan wordt ze heel krachtig om het leren te verbeteren.



- ✓ Formuleer **concrete** feedback. Niet “Je hebt goed gewerkt in de meetles vandaag.” Wel “Vandaag gebruikte je meetinstrumenten op een correcte manier en je noteerde de antwoorden ook volledig. Al een heel verschil met vorige week.”
- **Bespreek** geregeld de metacognitieve strategieën die de leerlingen hebben gebruikt: “Hoe heb jij dit probleem aangepakt?”, “Wat deed je toen je zag dat je fout bezig was?”, “Welke controlestrategieën heb je gebruikt?”...
- Laat de leerlingen hun **denkproces** eens opschrijven in een kladschrift, een logboekje...

## 5. Heuristieken

- Het woord ‘heuristiek’ komt van ‘eureka’ (“Ik heb het gevonden.”). **Heuristieken** zijn verstandige zoekstrategieën die weliswaar geen garantie bieden op het vinden van de oplossing, maar die de kans daartoe wel aanzienlijk verhogen omdat ze een planmatige en systematische aanpak mogelijk maken voor een probleem waarvoor de probleemplosser geen pasklare oplossing heeft. Dit in tegenstelling tot **algoritmen** die mits goed aangewend, oplossingsgaranderend zijn (bv. de staartdeling).
- Het is belangrijk dat de leerlingen kennismaken met breed gamma aan heuristieken, zodat ze die kunnen aanwenden om allerlei (wiskundige) problemen aan te pakken. Het lijkt ons weinig zinvol om bepaalde heuristieken altijd te laten gebruiken bij het oplossen van wiskundige problemen, maar eerder zijn we er voorstander van om op basis van de aard van het probleem bepaalde heuristieken al dan niet in te zetten.
- Om heuristieken aan te leren kun je dezelfde werkwijze volgen zoals hierboven (bij 3 Besteed ruim aandacht aan metacognitieve vaardigheden die aangeleerd moeten worden) is uiteengezet.
- Een andere mogelijkheid is bv. om de leerlingen één wiskundig probleem of een reeks wiskundige problemen voor te schotelen waarin ze gedurende een twintigtal minuten hun tanden mogen zetten. Bv. een probleem met een veel overvloedige gegevens, een probleem dat uitnodigt om een tekening te maken...Je biedt geen ondersteuning of hulp op dat moment. Wel observeer je het aanpak- en oplossingsgedrag van de leerlingen. In een **onderwijsleergesprek** ga je met de leerlingen dieper in op hun aangewende heuristieken, die je expliciteert en een plaats geeft in het breed toepasbaar stappenplan.

Je kunt volgende **fasen** onderscheiden in deze aanpak.

1. Bied **kort en helder** de vraag of opdracht aan.
2. Laat de leerlingen **zelfstandig** naar een oplossing zoeken.
  - Dit kan individueel of in groepen.
  - In deze lesfase **zwijg** je en **observeer** je **de oplossingsaanpakken** van de leerlingen: wie hanteert een interessante, leerrijke en breed toepasbare oplossingsaanpak, welke (interessante) fouten worden er gemaakt om er straks op te reflecteren ...?
  - Wie echt de mist in dreigt te gaan, kun je hier helpen en ondersteunen.
3. Start de **bespreking** van de oplossingen of pogingen daartoe als de meeste leerlingen iets gevonden hebben.

Stel **denkstimulerende** vragen.

  - Hoe ben je te werk gegaan?
  - Wat heb je zoal gedaan om het probleem aan te pakken?
  - Wat heb je geprobeerd?

- Waar liep het fout? Wat heb je dan gedaan?
- Welke hulpmiddelen heb je gebruikt? Welke informatie(bronnen) heb je geraadpleegd?
- Heb je geprobeerd het probleem op een of andere manier te vereenvoudigen?
- Hoe heb je gecontroleerd?

- ...

#### 4. Help iedereen om tot een oplossing te komen.

- Geef elke leerling de kans om op het probleem door te denken. De leerlingen moeten ervaren en inzien dat het wel of niet kunnen oplossen van een probleem (op hun niveau) geen kwestie van toeval is.
- Help leerlingen ook bij zichzelf de oorzaak van fouten te zoeken (in hun aanpakgedrag en hun attitudes):
  - geen schets gemaakt;
  - geen plannetje opgesteld;
  - geen informatiebronnen geraadpleegd;
  - niet doorgezet;
  - niet gecontroleerd;
  - ...
- Help leerlingen met een kleine suggestie over bepaalde knelpunten heen: “Je had hier een schets kunnen maken.” ‘Hier had je best een schatting op voorhand gemaakt.’...
- Indien een probleem op verschillende manieren kan aangepakt worden, laat dit dan ook verwoorden en illustreer dit aan bord. **Vergelijk kritisch** de verschillende oplossingsmethodes en bespreek welke **breed toepasbaar** zijn (**transfer**) en welke niet.

#### 5. Analyseer en bespreek de fouten.

- Ga vooral na wat de **diepere oorzaak van de fout** is. Daarvoor kun je de foutieve oplossingsweg door de leerling in kwestie laten verwoorden.
- Laat het verkeerde aanvoelen door die **kritische vragen** te stellen die de leerling naliet zichzelf te stellen.
- Concentreer wat de leerling bedoelt te zeggen.
- **Remedieer** de fouten.

#### 6. Laat de opgedane inzichten expliciteren.

- Laat een leerling de hele oplossingsweg nog eens overdoen, laat de aangewende heuristiek(en) formuleren, vergelijk met andere heuristieken.
- Ga op zoek, samen met de leerlingen, waar en hoe je het geleerde kunt toepassen in andere situaties (**transfer**).

- We vonden nog een alternatief in de ‘**favoriete neen**’. Lea Alcalah is een lerares wiskunde in Californië. Zij begint regelmatig haar lessen wiskunde met een open min of meer complex probleem, waarover de leerlingen met haar in gesprek kunnen gaan. De leerlingen noteren anoniem op kleine kaartjes hun oplossingsweg en oplossing. Lea haalt na een vijftal minuutjes de kaartjes op en legt ze op twee stapeltjes: de goede en de foute antwoorden. Uit de foute antwoorden haalt ze één kaartje (de favoriete neen) dat ze bespreekt met de leerlingen. Eerst bespreekt ze wat goed ging en prijst daarvoor de leerling. Daarna geeft ze aan wat er minder goed ging. De leerlingen bespreken hoe de ontstane fout in de oplossingsweg kan hersteld worden. De juf sluit af met de anonieme leerling te bedanken voor het aanleveren van de ‘favoriete neen’.

Zie ook <https://www.youtube.com/watch?v=hqU3cP0-fiw> en [My Favorite No - YouTube](#)

- **Voorbeelden van heuristieken.**

#### **Probleem onderkennen en begrijpen**

- Markeer/onderlijn die gegevens die je nodig hebt.
- Schrap de overbodige gegevens. Elimineer.
- Gebruik je ervaringskennis.
- Formuleer het probleem in je eigen woorden.
- Formuleer de vraag in je eigen woorden.
- Markeer/omcirkel wat wordt gevraagd.
- Zoek de ontbrekende informatie.

#### **Oplossingsplan ontwerpen en uitvoeren**

- Speel het probleem.
- Gebruik concreet materiaal.
- Maak een tekening.
- Maak een schema.
- Maak een tabel.
- Schat.
- Maak een boomdiagram.
- Vertel het probleem in je eigen woorden.
- Splits het probleem op in deelproblemen.
- Probeer verstandig uit.
- Zoek een patroon in de gegevens.
- Vereenvoudig het probleem.
- Denk aan een gelijkaardig probleem dat je vroeger al eens oploste.
- Werk eens met eenvoudigere getallen.
- Werk systematisch.
- Let er op of de tussenresultaten de oplossing dichterbij brengen.
- Stel het oplossingsplan bij op basis van de tussenresultaten of als de oplossing niet naderbij komt.

#### **Evalueren van het resultaat en de weg ernaartoe**

- Controleer het resultaat met behulp van de rekenmachine, de omgekeerde bewerking, de negenproef...
- Zet het gevonden resultaat terug in de context/situatie.
- Noteer het resultaat volledig en correct.
- Pas de 'Kanda-regel' toe: kan het resultaat wel voorkomen in de werkelijkheid?
- Indien de oplossing fout blijkt te zijn, stuur dan het oplossingsproces bij.
- Kies de best passende oplossing, als er verschillende oplossingen zijn.

### **6. Werk met één stappenplan dat breed toepasbaar is op verschillende soorten opdrachten**

- Leerkrachten werken meestal met een stappenplan om (wiskundige) problemen op te lossen. Ook methodes bieden deze (soms) aan. Belangrijk vinden we dat een stappenplan groeit doorheen de basisschool en geleidelijk wordt uitgebreid met deelstappen. Sommige stappenplannen onderscheiden drie stappen, andere vier, weer andere vijf of zes. Nagenoeg kan men die stappen herleiden tot de vier



stappen van het basismodel van Poyla, de grondlegger van de 'problem-solving'-beweging, in zijn boek 'How to solve it' (1945!).

- Het probleem onderkennen – het probleem begrijpen
  - Een plan ontwerpen
  - Het plan uitvoeren
  - Het resultaat evalueren
- In **bijlage 1** vind je het **stappenplan** van de derde graad van de school De Schakel, Dendermonde-Baasrode. Je ziet daar het resultaat van zes jaar opbouw doorheen de lagere school.
  - In **bijlage 2** vind je een **leerlingenkaart** met **reflectievragen** die de leerlingen zich kunnen stellen na een les/activiteit wiskundige problemen oplossen. Het is niet de bedoeling dat ze alle vragen doorlopen. Laat eventueel bij het begin van de les die vragen aanduiden die relevant zijn voor de aard van de aan te bieden problemen.  
Laat de leerlingen op hun reflectiekaart en/of stappenplan die vragen en/of stappen markeren waaraan ze de volgende lessen extra aandacht willen schenken.

## 7. Bied functionele, uitdagende en realistische opgaven aan

- Bied een ruim gamma van wiskundige problemen aan en varieer in presentatiewijze: tekst, tabel, tekening, strip, foto, krantenknipsel, filmpje...
- Hieronder presenteren we een niet-limitatieve reeks van voorbeelden van diverse soorten problemen, die in en naast het 'gewone' aanbod kunnen gehanteerd worden.
- Verschillende van deze opgaven kunnen ook gebruikt worden in meetstands (zie kwaliteitskaart meten 9 'Meetstands').

### 1. Uit het leven gegrepen problemen

Bv.

- Binnenkort ben je jarig. Je wilt je klasgenoten trakteren op appels. Fruit is immers gezond. Je voorziet 3 appels per kind. Hoeveel kg appels heb je nodig? Wat kost je die traktatie?

### 2. Problemen zonder getallen

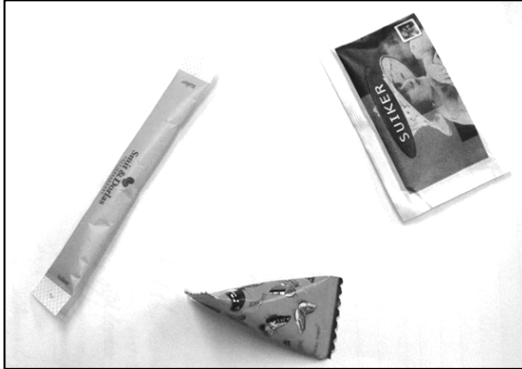
Bv.

- Wat kun je meten? Hoe dan?



- Meet met een fiets de lengte van de speelplaats.
- Teken 2 vlakke figuren met dezelfde oppervlakte maar een verschillende omtrek. Teken daarna 2 andere vlakke figuren met dezelfde omtrek maar een andere oppervlakte.

- Hieronder zie je drie verschillende soorten zakjes met suiker. Elk zakje bevat evenveel suiker. Een fabrikant van suikerzakjes wil te weten komen welke van de drie verpakkingen het minst papier nodig heeft.  
Vertel jij hem eens hoe jij dat zult aanpakken.



- In de bioscoop kun je kiezen uit twee soorten cilinders waarin popcorn zit. Beide cilinders zijn gemaakt uit karton, dat telkens even groot is (dezelfde oppervlakte) heeft. Welke cilinder bevat het meest popcorn als ze beiden tot boven zijn gevuld?



### 3. Problemen met een zelf in te voeren gegeven

Bv.

- In België wonen ongeveer 11 miljoen mensen. Als deze mensen elkaar allemaal een hand geven, kunnen ze dan de aarde omspannen?
- Bij de kaasboer. Farah bestelt een half pond kaas. De kaasboer vraagt: "Mag het ietsje meer zijn?". Hoeveel is dat 'ietsje meer'?



- Hoe hoog is de schoen? Hoe lang is hij? Hoe nauwkeurig denk je dat je resultaat is? Schrijf ook eens op hoe je deze opdracht hebt aangepakt.



- Schat hoe lang deze Chinese man is.

Hoe nauwkeurig denk je dat jullie resultaat is? Schrijf eens op hoe jullie deze opdracht hebben aangepakt.



Zouden onderstaande voetafdrukken van hem kunnen zijn? Waarom wel/niet?

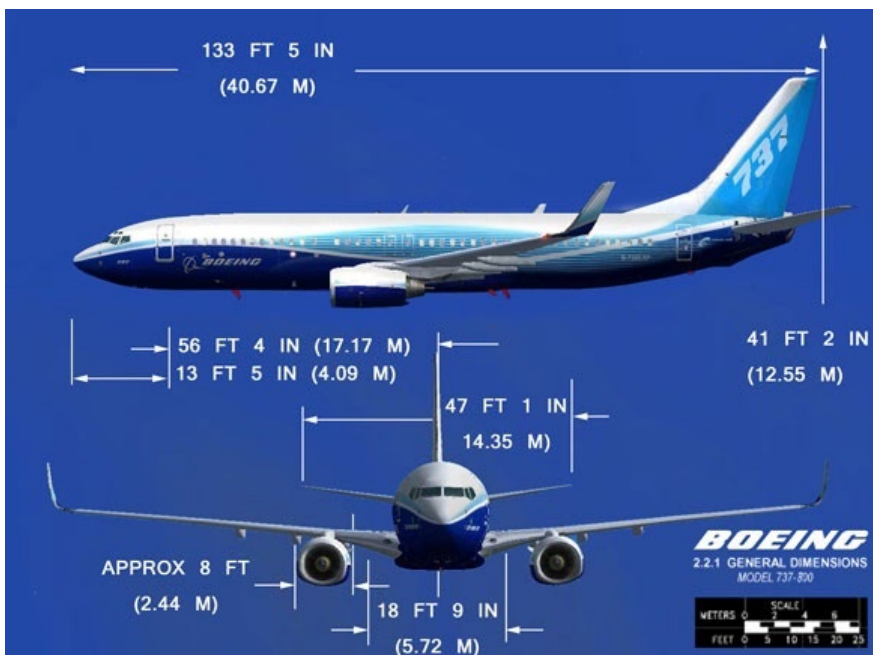
Deze voetstappen kunnen wel / niet van deze man zijn.  
Wij denken dat omdat....



**4. Problemen met overbodige gegevens**

Bv.

- o Past dit vliegtuig op onze speelplaats?

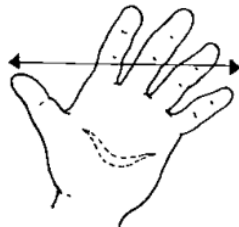




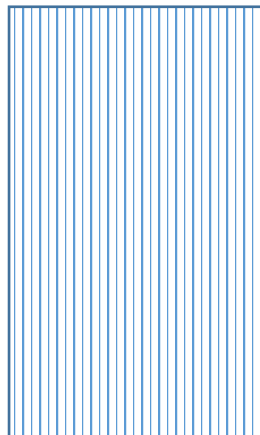
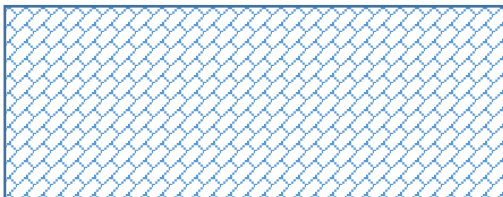
## 5. Problemen die tot actief onderzoek leiden

Bv.

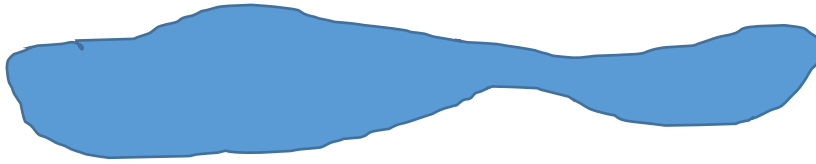
- Hoe dik is een blad papier?
- Hoeveel gram weegt één rijstkorrel?
- Hoeveel liter water komt er uit een lekkende kraan op één nacht?
- Maak een hoogtemeter.
- Je haren worden in één maand ongeveer 1 cm langer. Hoe snel groeit je haar in m, km, dm, cm, mm per jaar?
- Welke maat schoenen heb je? Meet de lengte van je voet. Wat is de verhouding tussen je schoenmaat en de lengte van je voet?
- Zoek in het klaslokaal vijf voorwerpen die ongeveer 1 kg wegen.
- Zoek referentiematen en -punten op je lichaam.
- Bereken de oppervlakte van je hand, je voet...
- Wat kun je allemaal meten in het klaslokaal?
- Stel je voor dat er van de refter van de school een zwembad wordt gemaakt. Hoeveel liter water kan er dan in dat zwembad? Wordt het zwembad volledig gevuld? Bouwen we hoogteverschillen in?
- Kunnen langere kinderen grotere stappen zetten?
- Hoeveel m<sup>2</sup> kun je bedekken met 1 miljard muntstukken van 1 euro?
- Hoe hoog is een stapel van 1 miljard muntstukken van 1 euro?
- Lichaamsmaten heb je altijd bij je. Het kan je helpen bij het maken van een schatting of het bij benadering meten van iets als je geen meetinstrument bij de hand hebt. Hoe lang is bij jou de breedte van je duim, de handspan, de lik, je voet, een grote stap die je zet, de spanwijdte...
  - handspan
  - lik
  - spanwijdte



- We gaan naar reuzenland en we worden vier keer zo groot als we nu zijn. Hoe lang ben je dan? Hoe breed ben je? Hoeveel weeg je? Teken dat allemaal eens uit op grote vellen papier. Hoe groot moet de deur dan zijn van jullie huis?
- 2 seconden afstand: bekijk het filmpje op [2seconden | 2 seconden afstand houden. Daar kun je mee thuiskomen!](#)
  - Zoek eens uit hoeveel meter je in 2 seconden aflegt als je loopt, stapt, stept, fietst, rollerskate...Probeer de 2 seconden-regel uit.
- Welke lap stof is het grootst? Je mag niet meten, wel knippen.



- Kun je op één dag een wandeling rond het eiland maken?



Schaal 1/ 200 000

**6. Problemen waarin niet wordt gevraagd naar een precies antwoord maar naar een benaderend antwoord**

Bv.

- Hoe lang is de file?



**7. Problemen met meer dan één correcte oplossing**

Bv.

- Je mag van vier kubussen een huisje bouwen. De bouwvoorschriften zijn eenvoudig: de kubushuisjes worden naast of op elkaar gestapeld, zodat de (zij)vlakken geheel tegen elkaar komen. Hoeveel verschillende vierkubers kun je bouwen?

**8. Zelf contextproblemen bedenken bij bewerkingen**

Bv.

- Bedenk minstens 4 mogelijke probleempjes bij de uitkomst:  $24\text{m}^2$  /  $25\text{ kg}$  / ...
- Een mug weegt ongeveer  $10\text{ mg}$ . Een volwassen Indische olifant weegt maar liefst  $3,5\text{ ton}$  en een volwassen blauwe vinvis weegt tussen de  $150$  en  $170\text{ ton}$ .
- Bedenk hierbij een probleem, schrijf het op en laat je buur het oplossen.



### 9. Contextopgaven die voor discussie vatbaar zijn

Bv.

- Toen oma zestig werd, zei ze dat ze elke dag 5 km zou wandelen. Ze is nu 78 jaar. We weten echt niet waar ze nu is.
- Je wint de hoofdprijs bij een wedstrijd. Wat kies je? Je gewicht in 1-euromuntstukken of je lengte in dezelfde muntstukken?

### 10. Problemen waarbij de leerlingen de juistheid van antwoorden moeten beoordelen en argumenten aanvoeren waarom een antwoord goed, minder goed of zelfs fout is

Bv.

- Toen Elisa vanmorgen van huis voor een fietstocht vertrok, stond de kilometerteller van haar fiets op 083,7. Toen zij vanavond thuiskwam, stond de teller op 103,7. Elisa zegt tegen haar broer: "Vandaag heb ik precies 20 km gefietst." Ga jij akkoord met wat Elisa zegt? Waarom wel / waarom niet?

### 11. Open problemen

Bv.

- Teken 5 keer een vierkante meter op de speelplaats, maar het mogen geen vierkanten zijn.
- Maak hokken voor dieren uit de dierentuin. Gebruik playmobilfiguurtjes.
- Maak een pretpark met K'Nex op schaal 1/100.

### 12. Complexe problemen die er op het eerste zicht enkelvoudig uitzien

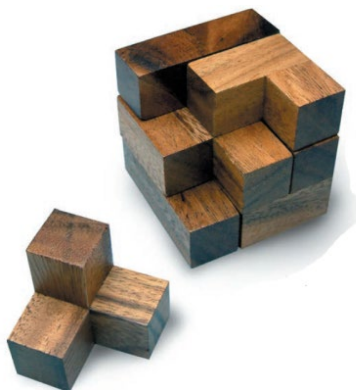
Bv.

- Een steen weegt 1 kg + de helft van zijn gewicht. Hoeveel kg weegt deze steen?
- Axel koopt een hoedje voor 1 euro, hij verkoopt die voor 2 euro. Hij krijgt spijt en koopt het hoedje terug voor 3 euro. Na een tijdje wil hij toch weer van het hoedje vanaf en verkoopt het voor 4 euro. Maakte Axel winst of verlies? Hoeveel euro?

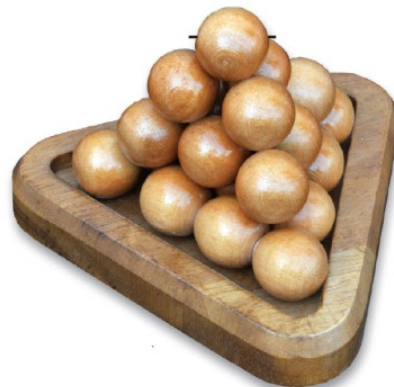
### 13. Problemen in de vorm van puzzels

Bv.

- Tangram, driedimensionele puzzels...



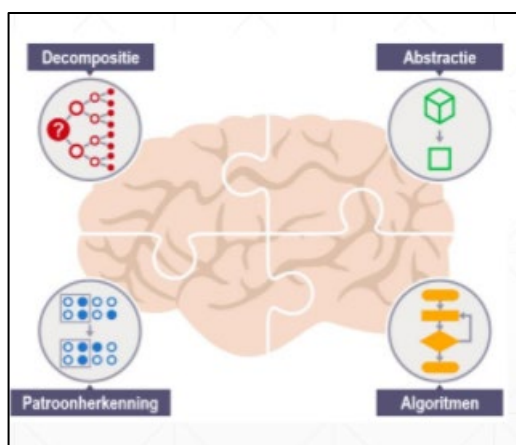
de kubus



de ballenpiramide bestaande uit zes puzzelstukken

## 8. Computationeel denken

- Computationeel denken is het **procesmatig (her)formuleren van problemen** op een zodanige manier dat het mogelijk wordt om met computertechnologie het probleem op te lossen. Het gaat daarbij om een verzameling van denkprocessen waarbij probleemformulering, gegevensorganisatie, - analyse en - representatie worden gebruikt voor het oplossen van problemen met behulp van ICT-technieken en – gereedschappen (<http://curriculumvandetoekomst.slo.nl/>).
- Computationeel denken gaat over het oplossen van problemen. In feite over de vaardigheid om moeilijke problemen zo te herformuleren dat we ze kunnen oplossen. Het gaat daarbij niet zo zeer om programmeren, maar om **conceptueel denken**.
- Computationeel denken nodigt uit om activiteiten te organiseren in de wiskundelessen die enerzijds zonder computer kunnen gedaan worden, maar anderzijds wel zicht geven op automatische processen en algoritmes die vaak door computers worden uitgevoerd.
- Het gaat om **een brede set van vaardigheden** waar iedereen op een of andere manier in zijn of haar dagelijks leven mee te maken heeft. Het gaat o.a. om:
  - zoeken naar regelmaat en patronen, bv. bij het analyseren van gegevens;
  - systematisch werken, bv. bij het oplossen van problemen;
  - maken en lezen van symbolische weergaven, bv. bij het simuleren en modelleren;
  - interpreteren en zelf ontwerpen van codetaal, bv. bij het beschrijven van een proces.
- Computationeel denken heeft **4 kerncomponenten**:
  - **decompositie**: het opdelen van een ingewikkeld probleem in deelproblemen die je afzonderlijk kunt oplossen;
  - **abstractie**: het weglaten van allerlei overbodige informatie om het probleem te vereenvoudigen;
  - **patronen**: allerlei voorwerpen, tekeningen... die zich herhalen of grote gelijkenissen vertonen;
  - **algoritme**: set regels die stap voor stap uitzetten welke handelingen je moet verrichten om een bepaald doel te bereiken.



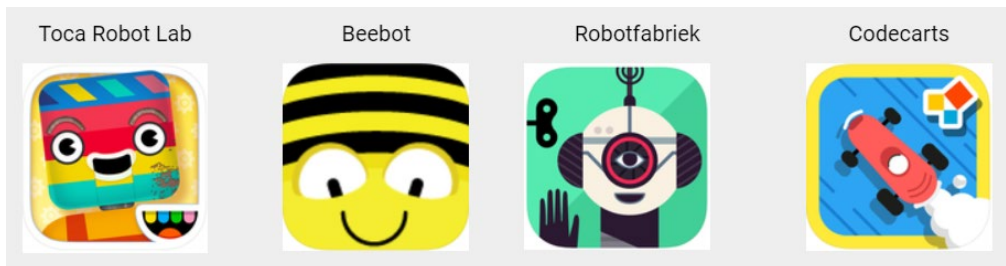
- Je vindt meer info in deze brochure: <https://onderwijs.vlaanderen.be/sites/default/files/atoms/files/Zo-denkt-een-computer.pdf> of via deze QR-code.





- Enkele voorbeelden

- Een **instructie schrijven** in stappen, in de vorm van een computerprogramma, voor het maken van een krijttekening op de speelplaats. De leerlingen mogen een aantal commando's gebruiken: kleur – draai...graden – herhaal... keer – pen op – pen neer – loop...stappen - ... De leerlingen werken in duo's. De ene leerling maakt een tekening op een blad papier en schrijft de instructies op datzelfde blad. Hij/zij geeft daarna de instructies aan zijn/haar duopartner. Tussentijds en op het einde volgt de evaluatie: komt mijn tekening stilaan tevoorschijn? Is mijn tekening juist getekend? Waar liep het eventueel fout? Dat stel ik bij... Hierna wisselen de leerlingen van rol.
- **Robot spelen:** dit is een ideale activiteit om kinderen te leren precies instructies te formuleren. In eerste instantie ben jij de robot, als vervolg kan de activiteit in groepjes worden uitgevoerd. Binnen meten denken we bv. aan het afwegen van zand, meel..., de inhoud meten van..., de lengte meten van ... , de oppervlakte meten van...De leerlingen moeten bedenken welke instructies ze jou moeten geven om ervoor te zorgen dat jij die foutloos kunt uitvoeren zoals zij het hebben bedacht.
- Verschillende **digitale tools**



- **Dingen besturen** zoals beebot, mbot, edison robot...
- Op de website [Welkom - De website van computerdenkenindeklas! \(jimdofree.com\)](http://jimdofree.com) vind je heel wat meer ideeën om aan de slag te gaan.

## 9. Bronnen

*Didactische werkvormen en leerstrategieën (1983), De Block A. en Saveyn J., Deurne, Plantyn*

*Grenzen verleggen, probleemoplossend en wiskundig denken, Haesen S. e.a., Associatie K.U.Leuven, School of education*

*Leren zichtbaar maken, Nederlandse vertaling van Visible learning for teachers (2013), Hattie J., Sint-Niklaas, Abimo en Rotterdam, Bazalt,*

*(h)eureka, probleemoplossende vaardigheden binnen wiskunde, OVSG (2007), Brussel, OVSG*

*Leren oplossen van wiskundige contextproblemen in de bovenbouw van de basisschool, Verschaffel L. e.a. (1998), Leuven, Universitaire Pers*

*Meten en metend rekenen, Praktijkgids voor de basisschool, Feys R. en Van Iseghem H. (2002), Mechelen, Wolters-Plantyn*

*Rekenen-wiskunde in de 21<sup>ste</sup> eeuw, ideeën en achtergronden voor primair onderwijs, jubileumbundel ter gelegenheid van het 35-jarig bestaan van Panama (= PA(bo) NASchioling Mathematische Activiteiten), Van Zanten M.(redactie) (2017), Panama – NVORWO – Universiteit Utrecht - SLO*

*Volgens Bartjens heeft iets gezien...Mijn favoriete nee, Volgens Bartjens jaargang 35 2015/2016 Nummer 2,*

*Wijze lessen, Surma T. e.a. (2019), Meppel, Ten Brink Uitgevers (ook te downloaden via [https://excel.thomasmore.be/wpcontent/uploads/2020/03/Wijze\\_Lessen\\_digitaal\\_160919.pdf](https://excel.thomasmore.be/wpcontent/uploads/2020/03/Wijze_Lessen_digitaal_160919.pdf). Verder te volgen via de website <https://www.ou.nl/web/wijze-lessen>)*


*Wiskundewijzer voor het lager onderwijs, Carbonez M. e.a. (2008), Wommelgem, Van In*


<http://curriculumvandetoekomst.slo.nl/>


[00233 lichaamsmaten.cdr \(uu.nl\)](http://00233_lichaamsmaten.cdr(uu.nl))


[Wat is computerdenken? - De website van computerdenkenindeklas! \(jimdofree.com\)](http://Wat_is_computerdenken?_-_De_website_van_computerdenkenindeklas!(jimdofree.com))

## Bijlage 1 Voorbeeld van een stappenplan

 <p>EERST KIJK IK GOED ZODAT IK WEET WAT MOET</p>	<p><b>Stap 1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Ik lees de opdracht <b>aandachtig</b>.           <ul style="list-style-type: none"> <li>Begrijp ik alles ?</li> </ul> </li> <li>Ik zoek de <b>sleutelwoorden</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Welke gegevens heb ik nodig ? Ik markeer.</li> <li>Wat wordt er gevraagd ? Ik onderlijn.</li> <li>Ik vertel het probleem in eigen woorden.</li> <li>Ik speel het probleem na.</li> <li>Ik schets, leg of bouw het probleem met materiaal.</li> </ul> </li> <li>Ik <b>schat</b> de uitkomst.</li> <li>Ik bedenk <b>eenzelfde probleem</b>.           <ul style="list-style-type: none"> <li>Ik werk het probleem uit met kleine getallen.</li> <li>Ik denk terug aan een vroeger gelijkaardig probleem.</li> </ul> </li> </ol>
--	---

 <p>IK MAAK EEN PLAN ZODAT IK WERKEN KAN</p>	<p><b>Stap 2</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Ik <b>plan</b>.           <ul style="list-style-type: none"> <li>Welke stappen zet ik ?</li> <li>Ik spits het probleem op in deelproblemen. Ik nummer.</li> <li>Wat doe ik eerst ?</li> <li>Wat doe ik daarna ?</li> </ul> </li> <li><b>Hoe</b> pak ik het probleem <b>aan</b> ?           <ul style="list-style-type: none"> <li>Ik maak een tekening, schets of schema.</li> <li>Ik noteer de gegevens in een tabel.</li> <li>Ik maak een (boom) diagram.</li> <li>Ik zoek een patroon.</li> <li>Ik denk logisch na.</li> </ul> </li> </ol>
---	---

 <p>IK DOE MIJN TAKEN GOED ZODAT IK WEET HOE HET MOET</p>	<p><b>Stap 3</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Ik <b>voer</b> mijn plan <b>stap voor stap uit</b>.</li> <li>Ik voer de <b>juiste bewerkingen</b> uit.</li> <li>Ik werk <b>rustig</b> en <b>geconcentreerd</b>.</li> <li>Verloopt alles <b>volgens plan</b> ? komt de oplossing dichterbij ? <ul style="list-style-type: none"> <li>Ja =&gt; ik werk verder.</li> <li>Neen =&gt; ik kijk terug op de vorige stappen en pak het <b>anders</b> aan.</li> <li>Lukt het nog niet ? =&gt; ik vraag <b>hulp</b>.</li> </ul> </li> </ol>
--	---

 <p>IK BEKIJK MIJN WERK ZODAT IK MIJN FOUTEN OPMERK</p>	<p><b>Stap 4</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Ik <b>controleer</b> (voorbeelden voor rekenen) <ul style="list-style-type: none"> <li>Ik vergelijk het resultaat met de schatting.</li> <li>Ik maak de negenproef.</li> <li>Ik voer de omgekeerde bewerking uit.</li> <li>Ik controleer met mijn rekenmaatje.</li> <li>Ik plaats het resultaat terug in de situatie.</li> <li><u>Kanda</u> ?</li> <li>...</li> </ul> </li> <li>Ik schrijf het resultaat <b>correct</b> op.</li> </ol>
--	--

## Bijlage 2

Ik werk met een stappenplan.

Welke vragen kan ik me stellen bij de verschillende stappen?

**Stap 1 Eerst kijk ik goed, zodat ik weet wat moet.**

- Las ik de opdracht aandachtig? Hoeveel keer?
- Begreep ik alles?
- Wat deed ik toen ik niet alles begreep?
- Zocht ik de sleutelwoorden?
- Markeerde ik de sleutelwoorden?
- Wist ik welke gegevens ik nodig had om het probleem aan te pakken?
- Schrapte ik overbodige gegevens?
- Wist ik wat er werd gevraagd?
- Vertelde ik het probleem in eigen woorden?
- Speelde ik het probleem na?
- Bouwde ik het probleem na met materiaal?
- Tekende ik het probleem?
- Schatte ik de uitkomst?
- Bedacht ik een gelijkaardig probleem?
- Wat ging moeilijk worden?
- Wat ging gemakkelijk worden?



**Stap 2 Ik maak een plan, zodat ik werken kan.**

- Welke stappen plande ik?
- Splitste ik het probleem op in deelproblemen?
- Maakte ik een tekening, schets of schema?
- Noteerde ik de gegevens in een tabel?
- Maakte ik een diagram?
- Zocht ik een patroon?
- Dacht ik logisch na?



**Stap 3 Ik doe mijn taken goed, zodat ik weet hoe het moet.**

- Voerde ik het plan uit?
- Werkte ik stap voor stap?
- Voerde ik de juiste bewerkingen uit?
- Werkte ik rustig en geconcentreerd?
- Verliep alles volgens plan?
- Zette ik een stap terug als de oplossing niet dichterbij kwam?
- Pakte ik het anders aan als de oplossing niet dichterbij kwam?
- Vroeg ik hulp als de oplossing niet dichterbij kwam?


**Stap 4 Ik bekijk mijn werk, zodat ik mijn fouten opmerk.**

- Hoe heb ik gecontroleerd?
- Vergelijk ik het resultaat met de schatting?
- Maakte ik een negenproef?
- Voerde ik de omgekeerde bewerking uit?
- Controleerde ik met mijn rekenmaatje (rekenmachine)?
- Plaatste ik het resultaat terug in de situatie?
- Paste ik de kanda-regel toe?
- Schreef ik het resultaat correct op?
- Wat deed ik precies? Kon ik het probleem nog op een andere manier oplossen?



Markeer die vragen waaraan je volgende keer extra aandacht aan gaat besteden.