

# Leerplan

## **WISKUNDE**

### Specifiek Gedeelte

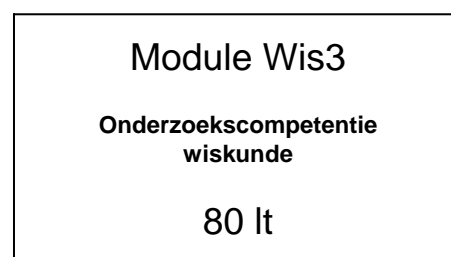
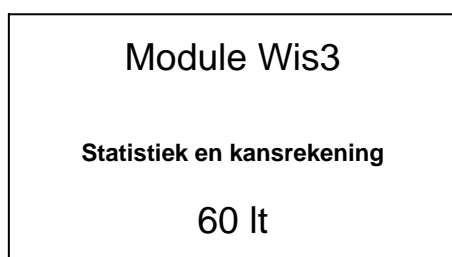
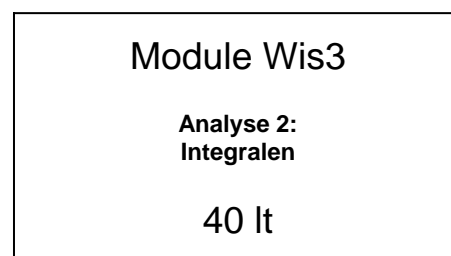
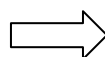
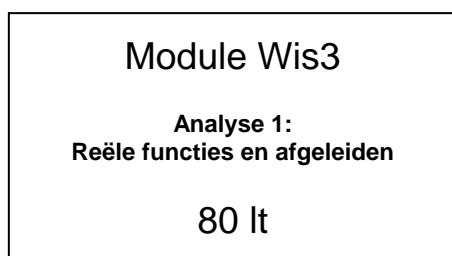
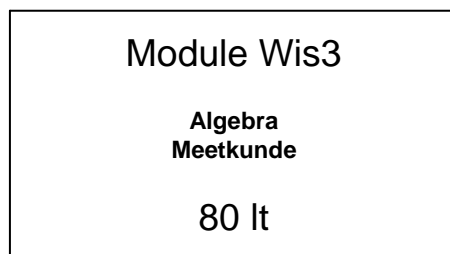
3e graad ASO

Studiegebied Algemene Vorming

# INHOUDSTAFEL

1	Uitgangspunten	4
1.1	Wiskunde en de maatschappij	4
1.2	Wiskunde en de cursist	4
1.3	De eigenheid van het wiskundig denken	4
1.4	De opbouw	4
1.5	Voortschrijdende abstrahering	4
1.6	Interactie en reflectie	4
1.7	Omgaan met data	5
1.8	Gebruik van informatietechnologie	5
1.9	Transfer en probleemoplossend denken	5
1.10	Motivatie	5
1.11	Zelfvertrouwen	5
1.12	Waarden en attitudes	6
1.13	Funderende doelstellingen	6
2	Eindtermen	7
3	Modules	9
3.1	Module WiS3 Algebra-meetkunde	9
3.2	Module WiS3 Analyse 1	14
3.3	Module WiS3 Analyse 2	18
3.4	Module WiS3 Statistiek-kansrekenen	20
3.5	Module WiS3 Onderzoekskompetentie Wiskunde	23
4	Algemene pedagogisch–didactische wenken	30
5	Evaluatie	31
6	Minimale materiële vereisten	32
7	Bibliografie	33
7.1	Educatieve uitgeverijen	33
7.2	Naslagwerken	33
7.3	Tijdschriften	33
7.4	ICT-informatie	33

## Structuurschema



# 1 Uitgangspunten

Wat volgt is een samenvatting van de visie van waaruit de eindtermen werden opgesteld. Dit zijn ook de uitgangspunten waarvan deze leerplannen vertrekken.

## 1.1 Wiskunde en de maatschappij

Eenzijds is er in onze (technologisch georiënteerde) maatschappij een grote vraag naar praktisch bruikbare en concrete wiskunde, en anderzijds kan de abstractie van wiskunde soms hoog zijn. In het vak wiskunde bestaat een wisselwerking tussen theorievorming en de bruikbaarheid ervan voor het oplossen van concrete problemen.

Telkens in de leerplannen de woorden “praktisch, probleem, concrete situatie, vraagstuk” voorkomen, worden zowel voorbeelden bedoeld uit de wiskunde zelf, als uit andere vakgebieden zoals economie, technologie, fysica, chemie, biologie, aardrijkskunde, bouwkunde, ...

## 1.2 Wiskunde en de cursist

Kennisverwerving en -verwerking is een actief, sociaal proces waarvoor een minimale motivatie vereist is. Het ontdekken en opbouwen van wiskunde door de cursist gebeurt bij voorkeur door te vertrekken van voor de cursist betekenisvolle inhoud. De verworven kennis en vaardigheden moeten met inzicht worden toegepast in diverse situaties.

## 1.3 De eigenheid van het wiskundig denken

Wiskunde biedt de mogelijkheid om modellen op te bouwen waarmee verschijnselen, processen en verbanden kunnen worden beschreven, voorspeld en verklaard. Het is ondermeer eigen aan wiskunde de samenhang tussen wiskundige begrippen en wiskundige modellen te vergelijken, te ordenen en te funderen en daaruit maximaal voordeel te halen.

## 1.4 De opbouw

In het wiskunde-onderwijs wordt een horizontale en een verticale component onderscheiden. De horizontale gaat uit van waarnemingen, ervaringen, problemen en hypothesen. De verticale component besteedt vooral aandacht aan abstrahering en structurering. Beide componenten komen aan bod door te werken met een spiraalopbouw. Dit model brengt met zich mee dat niet elk onderdeel van wiskunde dat wordt aangevat, meteen wordt afgewerkt. De onderdelen komen meermaals aan bod, op een steeds hoger, meer gestructureerd niveau.

Dit biedt onderstaande voordelen voor de cursist:

- de cursist verwerft geleidelijk de typische manier van denken en werken, eigen aan elk onderdeel (meetkunde, getallenleer, algebra, statistiek en kansrekenen, analyse, ...);
- er wordt aandacht besteed aan de weg die voert naar de theorie;
- als de cursist een niveau niet of foutief verwerkt, dan is dit niet zo dramatisch als bij een eenmalige behandeling. De cursist kan aansluiten bij een vorig niveau en verder werken aan de verticale opbouw van het onderdeel;
- de drempel naar wiskunde wordt verlaagd. Dit geeft de kans om reeds in het beginstadium te werken aan de samenhang tussen de verschillende onderdelen van wiskunde.

## 1.5 Voortschrijdende abstrahering

Bij nieuwe wiskundige kennisopbouw is het belangrijk voldoende en uiteenlopende concrete aanknopingspunten te zoeken. Door een abstract begrip met voldoende voorbeelden te onderbouwen blijft de kennis minder geïsoleerd. Bij het verbinden van nieuwe ervaringen met het begrip of bij het niet meer behoorlijk functioneren van het begrip, kan de cursist terugvallen op die voorbeelden. Naast de ontwikkeling van de begrippen worden er tevens vaardigheden, rekenregels en algoritmen ontwikkeld. Geleidelijk komt men tot theorievorming. Er wordt ingegaan op het formuleren van definities, eigenschappen en stellingen en op de nood aan bewijzen.

## 1.6 Interactie en reflectie

Tijdens het lesgebeuren is er interactie tussen de leerkracht en de cursisten en tussen de cursisten onderling. Hierdoor worden de denkprocessen geëxpliciteerd en het gebruik van wiskundetaal geoefend. Communicatie bevordert het inzicht.

Studievaardigheden zijn geen losstaande vaardigheden, maar dienen geïntegreerd te worden in de vakken. Daarom is het belangrijk de cursisten te laten reflecteren over hun eigen denkproces.

Het belang van reflectie bij de vorming bestaat ondermeer uit het feit dat:

- de cursist zijn handelen kritisch leert analyseren;
- de cursist minder afhankelijk wordt van anderen;
- het denken aan planmatigheid wint;
- oplossingsmethoden onderzocht worden op algemene toepasbaarheid;
- het denken flexibeler wordt.
- 

## 1.7 Omgaan met data

In onze maatschappij wordt zeer veel informatie aangeboden via beelden. Binnen wiskunde moet de cursist leren omgaan met de wiskundige verwerking van informatie in tabellen met getallen, grafieken, diagrammen en schema's. De cursisten leren functioneel gebruik maken van verbanden tussen grootheden aan de hand van deze voorstellingen. Deze vaardigheden kunnen worden toegepast in andere vakken.

## 1.8 Gebruik van informatietechnologie

Door de snelle ontwikkelingen in de informatie- en communicatietechnologie kunnen berekeningen en grafische voorstellingen gemakkelijker worden uitgevoerd. Hierdoor kan men andere klemtonen leggen. De cursisten moeten vlot een zakrekenmachine kunnen hanteren. De zakrekenmachine en wiskundige software kunnen ook als leermiddel aangewend worden.

Het is de bedoeling daar waar ICT kan helpen, hetzij om rekentechnische problemen te verlichten, hetzij om inzicht bij te brengen, ICT ook zinvol te gaan gebruiken. Ook al staat niet in iedere eindterm die verwijzing naar ICT, toch is het de bedoeling het, daar waar nuttig, in te schakelen.

## 1.9 Transfer en probleemoplossend denken

Door het vlugge tempo waarmee de samenleving verandert, is het belangrijk dat de cursisten de nodige soepelheid ontwikkelen om snel en efficiënt allerhande problemen op te lossen. De wendbaarheid van opgedane wiskundekennis wordt belangrijk. Die wendbaarheid kan verhoogd worden als wiskundige begrippen en vaardigheden herkenbaar en toepasbaar zijn in andere vakken, in het bijzonder in wetenschappelijke en technische toepassingen uit de realiteit. Eenzelfde methode of redenering kan ingezet worden in verschillende domeinen van de samenleving.

Naast de kennis van het vakdomein zijn er ook een aantal inhoudsvrije vaardigheden, zoekstrategieën die vooral hun diensten bewijzen bij het vertalen van de situatie in een wiskundig herkenbaar probleem. Tenslotte zijn er vaardigheden om het oplossingsproces behendig te sturen en te controleren (zie interactie en reflectie). Een goede probleemoplosser moet beschikken over domeinspecifieke kennis, probleemoplossende vaardigheden en zelfregulerende vaardigheden.

## 1.10 Motivatie

De motivatie van de cursist kan verhoogd worden door er voor te zorgen dat het vak als nuttig, zinvol en boeiend ervaren wordt. Het nut komt tot uiting in de bruikbaarheid en de toepassingsgerichtheid. Wiskunde wordt zinnvoller als men vertrekt van herkenbare situaties, van voorbeelden aangepast aan het bevattingvermogen en inspelend op de belevingswereld van de cursisten. Als de cursisten actief betrokken worden bij de opbouw van hun wiskundige kennis en vaardigheden, zullen zij de zin van theorievorming beter inzien. Motivatie wordt ook bevorderd als men gelooft in zijn eigen kunnen. Daarom is het belangrijk ook het zelfvertrouwen van de cursist te bevorderen.

## 1.11 Zelfvertrouwen

Als de cursisten ontdekken dat ze bekwaam zijn om hun groeiende wiskundekennis te gebruiken in nieuwe situaties, groeit hun vertrouwen en worden ze zelfzekerder. Vertrekken van relatief eenvoudige problemen, die ze zelfstandig kunnen oplossen, moedigt hen aan om zelfstandig nieuwe, meer complexe oefeningen aan te pakken. Zeker bij volwassen cursisten, die dikwijls een mislukte schoolcarrière achter de rug hebben, is het belangrijk om voor voldoende succeservaringen te zorgen.

## 1.12 Waarden en attitudes

De cursisten moeten ervaren dat wiskunde praktisch nut heeft, dat ze een vormende en esthetische waarde heeft. Aandacht voor de ontwikkeling van wiskunde doet hen inzien dat het vak een belangrijke cultuurcomponent was en nog steeds is. Zo kunnen de cursisten wiskunde ervaren als een dynamische wetenschap.

Cursisten leren kritisch te staan tegenover allerlei cijfermateriaal, tabellen, berekeningen, ... Ze zijn bereid een probleem zelf aan te pakken. Het leren door vallen en opstaan mag niet ontmoedigend werken. Uit fouten en verkeerde keuzes kan eveneens geleerd worden. De cursisten verwerven de attitude om op hun oplossingsproces terug te blikken en hun resultaat te toetsen. Ze ervaren het oplossingsproces als even waardevol als het resultaat.

## 1.13 Funderende doelstellingen

- Een wiskundig basisinstrumentarium verwerven: leren omgaan met symbolen, formules, begrippen en verbanden waarmee men getallenleer, algebra, meetkunde, analyse en statistiek kan ontwikkelen.
- Een aantal wiskundige denkmethoden verwerven: mogelijkheden verwerven om te ordenen en te structureren.
- Cijfer- en beeldinformatie op een betekenisvolle manier hanteren.
- Omgaan met de wiskunde als taal.
- Zelfstandigheid en vaardigheden ontwikkelen in het oplossen van problemen.
- Verbanden leggen tussen de wiskundige leerinhouden en andere vakdisciplines.
- Technische hulpmiddelen gebruiken om wiskundige informatie te verwerken, berekeningen uit te voeren of wiskundige problemen te onderzoeken.
- Ervaren dat de wiskunde een dynamische wetenschap is.
- Zelfvertrouwen en kritische zin ontwikkelen.
- Ervaren dat de wiskunde een belangrijke cultuurcomponent is.

## 2 Eindtermen

### Algemene eindtermen

Algemene eindtermen	Methodologische wenken en voorbeelden
De cursisten kunnen wiskundetaal begrijpen en gebruiken.	<p>Het is de bedoeling dat de cursisten de gangbare symbolen begrijpen en kunnen gebruiken. Ze kunnen gegevens omzetten naar vergelijkingen, ongelijkheden, tabellen en grafieken. Zij begrijpen en beheersen de typische notaties zoals <math>D(x^2)</math>, <math>f'(a)</math>.</p> <p>In het leerproces (leraar-cursist, cursisten onderling) is het communiceren in wiskundetaal zeer belangrijk: stimuleer de cursisten om bij het verwoorden van redeneringen en bij het formuleren van besluiten te letten op de juiste woordkeuze.</p>
De cursisten kunnen wiskundige informatie analyseren, schematiseren en structureren.	<p>Analyseren, schematiseren en structureren zijn essentiële basisvaardigheden voor probleemoplossend denken en handelen: besteed er systematisch veel aandacht aan.</p> <p>De cursisten kunnen bijvoorbeeld bij een exponentieel groeiproces een tabel maken om hieruit de groeifactor en de beginwaarde af te leiden en een functievoorschrift op te stellen.</p> <p>Bij elke oefening, maar zeker bij complexe, mag het 'gevraagde' resultaat niet uit het oog verloren worden: "wat willen wij uiteindelijk bereiken?"</p>
De cursisten kunnen eenvoudige mathematiseerbare problemen ontleden (onderscheid maken tussen gegevens en gevraagde, de relevantie van de gegevens nagaan en verbanden leggen ertussen) en vertalen naar een passende wiskundige context.	<p>De cursisten zullen ervaren dat mathematiseerbare problemen makkelijker op te lossen zijn als de gegevens systematisch worden onderzocht en weergegeven in een geschikte wiskundige voorstelling</p> <p>Aan het omzetten van gegevens in wiskundige symbolen, schetsen of grafieken mag zeker veel aandacht en tijd besteed worden; de verdere oplossing van het probleem volgt dan bijna automatisch.</p> <p>We komen sneller aan een oplossing door het gevraagde grondig te ontleden en het probleem eventueel op te splitsen in deelvraagstukken (al of niet behorend bij verschillende leerstofonderdelen)</p> <p>Bijvoorbeeld bij extremumvraagstukken kiest men een geschikte veranderlijke, men vertaalt het probleem in functie van die veranderlijke, men stelt een functievoorschrift op, men bepaalt het extremum met afgeleide functies of numeriek, en men formuleert een concreet antwoord (zo mogelijk voorzien van een veralgemening).</p>
De cursisten kunnen wiskundige problemen planmatig aanpakken (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen).	Geef hen ook eens grotere opdrachten, eventueel in groep, waarbij de cursisten eerst de opdracht in kleinere delen moeten opsplitsen en waarbij ze zelf de verschillende stappen van de oplossingsstrategie moeten bedenken.
De cursisten kunnen bij het oplossen van wiskundige problemen kritisch reflecteren over het oplossingsproces en het eindresultaat.	<p>Om het kritisch reflecteren over het oplossingsproces aan te wakkeren, zal men er over waken genoeg 'open' vragen te stellen. Het louter inoefenen van typevragen draagt weinig bij tot zelfstandigheid, inzicht en creativiteit. De cursisten moeten leren het oplossingsproces eventueel bij te sturen en de gevonden oplossing te toetsen aan de context, d.w.z. dat ze hun resultaat controleren op betrouwbaarheid en nauwkeurigheid.</p> <p>Het is een goede gewoonte om controles uit te voeren: de oplossing van een vergelijking opnieuw invullen, de richtingscoëfficiënt van een rechte controleren op een tekening, het eindresultaat vooraf inschatten.</p> <p>Sta ook eens stil bij de nauwkeurigheid en afronding van eindresultaten: "wat is zinvol in deze situatie" ?</p>
De cursisten kunnen voorbeelden geven van reële problemen die met behulp van wiskunde kunnen worden opgelost.	Aan deze eindterm kan gewerkt worden door een goede keuze van inleidende voorbeelden en realistische toepassingen. Overleg met collega's van andere vakken is hierbij zeker nuttig. Bijvoorbeeld het bestuderen van radioactief verval met behulp van exponentiële functies, bestuderen van periodieke verschijnselen zoals getijden of bioritme met behulp van goniometrische functies, maximaliseren van winst bij een productieproces als extremumvraagstuk, logaritmen en de

	schaal van Richter...
De cursisten kunnen bij het oplossen van wiskundige problemen functioneel gebruik maken van ICT.	Met informatie- en communicatietechnologie wordt hier bedoeld: grafische rekenmachines, allerhande computerprogramma's voor wiskundige toepassingen en internet.
De cursisten kunnen voorbeelden geven van de rol van de wiskunde in de kunst.	Het is belangrijk dat de cursisten inzien dat wiskunde een belangrijke cultuurcomponent is: zowel de ontwikkeling van het vak op zich als toepassingen in de kunst en in andere domeinen. Laat hen kennismaken met enkele voorbeelden van wiskunde in de kunst zoals: limieten in de grafische werken van Escher, logaritmen en muziek, tweedegraadsfuncties in de architectuur van Gaudi.
De cursisten kunnen kennis, inzicht en vaardigheden, die ze verwerven in de wiskunde, bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit, gebruiken.	Aan deze algemene eindterm kan gewerkt worden door een goede keuze van voorbeelden, zowel bij de inleidende voorbeelden als bij de vraagstukken. Ook voorbeelden uit andere vakken kunnen hierbij aan bod komen. Overleg met collega's van andere vakken is hierbij zeker nuttig. De cursisten kunnen bijvoorbeeld het begrip afgeleide en de rekentechnieken met afgeleiden gebruiken bij fysische problemen over snelheid.
De cursisten kunnen informatie inwinnen over het aandeel van de wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding daarop.	Voor cursisten die het einde van hun opleiding naderen is het belangrijk te reflecteren over hun verdere plannen.  Ze hebben recht op objectieve informatie over het niveau van het aangeboden wiskunde-pakket en over de vereiste voorkennis voor vervolgopleidingen  De cursisten die verder willen studeren moeten gesteund worden in hun zoektocht naar de geschikte opleiding.  Zowel de school als de individuele vakleraar moeten hier hun verantwoordelijkheid opnemen om de cursisten zo ruim mogelijk te informeren.  De cursisten kunnen naar een infobeurs gaan of een opendeurdag van een opleiding. Als leerkracht kun je ze stimuleren informatie aan te vragen over het lestijdenpakket wiskunde en de nodige voorkennis voor het aanvatten van de studierichting. Het is belangrijk tijd uit te trekken voor de vragen die de cursisten hierover hebben.
De cursisten leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van wiskunde.	In de eerste plaats moeten de cursisten nauwkeurig een redenering kunnen opbouwen. Maar ook het maken van een duidelijke grafiek, het gebruiken van de correcte symbolen en het leesbaar en gestructureerd verwoorden van een oplossing hoort bij deze eindterm.
De cursisten ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen.	Onder zelfregulatie verstaan we: het oriënteren op de probleemstelling, het plannen, het uitvoeren en bewaken van het oplossingsproces.  Bij de oriënteringsfase hoort een nauwkeurige beschrijving van het gegeven en het gevraagde. Indien de oplossing van het probleem bestaat uit verschillende stappen zal er zorg besteed worden aan de structuur. De antwoorden worden nadien gecontroleerd. Wanneer berekeningen uit de hand lopen of op een dood spoor zitten, ziet men in dat men beter een andere weg inslaat.  Deze zelfregulatie is ook belangrijk op het niveau van het studeren zelf. Wat moet ik kennen? Hoe zal ik dat verwerken en studeren? Ken ik het nu voldoende?
De cursisten zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten.	Bij het oplossen van grotere problemen kan de inbreng van verschillende cursisten de oplossing versnellen of verbeteren. Door samen te werken leren de cursisten hun gedachten te formuleren en het wiskundig taalgebruik wordt geoefend.  Ook bij computerpractica is het leerrijk om de cursisten soms per 2 te laten werken. Het is belangrijk dat ze inzien dat samenwerken tot betere resultaten leidt.

## 3 Modules

### 3.1 Module WiS3 Algebra-meetskunde

Administratieve code: M AV G071 80 lestijden

#### 3.1.1 Beginsituatie

De cursisten beheersen de modules basisvorming wiskunde ASO 3e graad of slagen in een toelatingsproef.

#### 3.1.2 Specifieke eindtermen

##### Algebra

E1: delingen van veeltermen uitvoeren ( ...).

E2: complexe getallen meetkundig voorstellen en er bewerkingen mee uitvoeren.

E3: vierkantsvergelijkingen in een complexe onbekende oplossen.

E4: met behulp van matrices problemen wiskundig modelleren en oplossen.

E5: de basiseigenschappen van een reële vectorruimte (beperkt tot dimensie 2 en 3) herkennen en gebruiken.

##### Meetkunde

E13: rechten en vlakken door vergelijkingen voorstellen en hun onderlinge ligging bespreken.

E14: afstanden tussen punten, rechten en vlakken berekenen.

E15: meetkundige problemen met diverse hulpmiddelen voorstellen en oplossen.

#### 3.1.3 Leerplandoelstellingen

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
<b>deling van veeltermen</b>			
1	Deling van veeltermen	<ol style="list-style-type: none"><li>de deling van veeltermen met reële coëfficiënten in één onbepaalde <math>x</math> uitvoeren.</li><li>de deelbaarheid door <math>x - a</math> uitvoeren bij het ontbinden in factoren.</li></ol>	<ul style="list-style-type: none"><li>Euclidische deling, de restregel en regel van Horner kunnen aan bod komen.</li><li>De deelbaarheid van een veelterm met reële coëfficiënten door factoren van het type <math>x - a</math> hangt samen met het bestaan van een nulpunt <math>a</math> van de veelterm.</li></ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
<b>complexe getallen</b>			
2 3	Definitie, terminologie, notaties  Optelling en aftrekking Vermenigvuldiging en deling  Vierkantsvergelijkingen  Voorstelling in het vlak van Gauss  Goniometrische vorm  Vermenigvuldiging, deling en machtsverheffing in goniometrische vorm  Worteltrekking	3. kennen van het begrip complex getal, de gepaste terminologie en notaties en deze kunnen gebruiken. 4. complexe getallen optellen, vermenigvuldigen en inverteren. 5. vierkantsvergelijkingen oplossen in $\mathbb{C}$ . 6. complexe getallen voorstellen in het vlak van Gauss. 7. de begrippen modulus en argument kennen en deze kunnen berekenen. 8. de goniometrische vorm van een complex getal kennen en deze kunnen gebruiken om het product, het quotiënt en de macht (en worteltrekking?) van complexe getallen te berekenen. 9. de n-de wortels berekenen uit een complex getal. 10. de n-de macht en de n-de wortel meetkundig toelichten in het vlak van Gauss. 11. <i>de hoofdstelling van de algebra in verband met nulwaarden van algebraïsche functies formuleren. (facultatief uitbreidingsdoelstellingen)</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Een eerste kennismaking met het begrip complex getal kan via de problematiek van het oplossen van een vkv met negatieve discriminant.</li> <li>▪ Het symbool <math>i</math> wordt ingevoerd, zodat voor een complex getal de notatie <math>a + bi</math> ontstaat. Deze notatie laat toe op zeer eenvoudige wijze met <math>a + bi</math> een koppel reële getallen te associëren en omgekeerd. En deze notatie met koppels reële getallen leidt onmiddellijk tot een voorstelling van complexe getallen in het vlak.</li> <li>▪ De hoofdbewerkingen met complexe getallen kunnen worden uitgevoerd volgens de rekenregels voor reële getallen, waarbij <math>i^2 = -1</math>. De eigenschappen van de optelling en de vermenigvuldiging blijven dezelfde als deze van reële getallen.</li> <li>▪ Gebruik makend van de voorstelling in het vlak wordt een goniometrische schrijfwijze voor een complex getal opgesteld en de begrippen argument en modulus ingevoerd.</li> <li>▪ Met behulp van de goniometrische vorm blijkt de vermenigvuldiging en de deling van complexe getallen vrij eenvoudig te verlopen.</li> <li>▪ De formule van de Moivre wordt afgeleid. Hiermee kan de n-de macht van een complex getal berekend worden. De punten die bij grafische voorstelling overeenstemmen met opeenvolgende machten van een complex getal liggen op een spiraal.</li> <li>▪ Met behulp van de goniometrische vorm kunnen de n-de machtswortels uit een complex getal berekend worden. Uit de berekeningswijze volgt dat een complex getal verschillend van nul steeds <math>n</math> verschillende n-de machtswortels heeft. Deze n-de machtswortels zijn de hoekpunten van een regelmatig ingeschreven n-hoek.</li> <li>▪ <i>De hoofdstelling (stelling van D'Allembert) bepaalt het aantal nulpunten. Het bewijs behoort uiteraard niet tot de leerinhoud.</i></li> </ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
<b>matrices</b>			
4	Problemen modelleren	12. met behulp van matrices een concreet probleem modelleren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Matrices en bewerkingen met matrices worden ingevoerd vanuit toepassingen. De matrix wordt aangezien als een handige opslagplaats voor een blok gegevens.</li> </ul>
	Bewerkingen	13. bewerkingen met matrices uitvoeren binnen een probleem: - matrices optellen en aftrekken, - een matrix met een getal vermenigvuldigen, - een matrix transponeren, - matrices vermenigvuldigen,	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De werkwijze voor optellen van matrices en het product van een reëel getal met een matrix liggen voor de hand.</li> <li>▪ De werkwijze voor het vermenigvuldigen van matrices is niet zo vanzelfsprekend maar kan vanuit gepaste voorbeelden geïllustreerd worden.</li> </ul>
5	Eigenschappen van reële vectorruimten	14. eigenschappen van de bewerkingen van matrices formuleren en gebruiken bij het rekenen met matrices.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Het is niet de bedoeling de eigenschappen theoretisch te bewijzen. Ze kunnen aan de hand van voorbeelden aangetoond worden. (ICT)</li> <li>▪ Bij het onderzoek van de commutativiteit stuiten cursisten wellicht voor het eerst op een vermenigvuldiging die de eigenschap niet heeft. Ze worden er ook mee geconfronteerd dat eventuele voorbeelden niet opwegen tegen de tegenvoorbeelden en dat de eigenschap maar geldig is, als ze voor elk matrixproduct opgaat.</li> </ul>
	Stelsels	15. aan de hand van voorbeelden, waaronder minstens $I, -, 3, J, 3^2, 3^3$ , de taal van de verzamelingen hanteren met inbegrip van de begrippen element, deelverzameling, doorsnede, unie, verschil, complement, partitie, productverzameling, functie, bijjectie.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Men kan hier intuïtief aandacht besteden aan het begrip inverse van een matrix. Enkele voorbeelden geven aanleiding tot de begrippen eenheidsmatrix en inverse matrix. Een paar goed gekozen (tegen)voorbeelden moeten cursisten ervan overtuigen dat niet elke matrix een inverse matrix bezit.</li> </ul>
	Toepassingen	16. axioma's van een commutatieve en een niet commutatieve groepsstructuur opsommen; deze herkennen in eenvoudige, elders bestudeerde voorbeelden; eenvoudige vergelijkingen in een willekeurige groep oplossen en hierbij gebruik maken van begrippen en eigenschappen m.b.t. de inverse bewerking, de samenstelling van elementen en het symmetrisch element.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Een andere toepassing van matrices is het oplossen van stelsels. Vooraleer een oplossingsmethode te behandelen, is het nuttig zich de vraag te stellen welke bewerkingen op de vergelijkingen van een gegeven stelsel mogen worden uitgevoerd. De begrippen oplossingenverzameling, gelijkwaardige stelsels en elementaire rij-operatoren worden verklaard.</li> <li>▪ Nadien kan de methode van rijherleiden worden aangeleerd voor het oplossen van een <math>m \times n</math>-stelsel. Het is logisch dat onnodig zwaar rekenwerk met de huidige ICT-mogelijkheden wordt gemedend.</li> </ul>
		17. de methode van het rijherleiden verklaren en gebruiken voor het oplossen van $m \times n$ -stelsels van de eerste graad. (= methode Gauss-Jordan)  18. de definitie formuleren van de rang van een matrix in functie van het aantal onafhankelijke rijen of	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Bij het oplossen van vraagstukken ligt de nadruk op het opstellen van het stelsel en het interpreteren van het gevonden resultaat. Het oplossen van het stelsel gebeurt met behulp van ICT.</li> <li>▪ De evolutie van blokken gegevens is een interessante toepassing op de klassieke matrixvermenigvuldiging. Hierbij ligt de klemtoon op het</li> </ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
		kolommen.  19. vraagstukken oplossen die te herleiden zijn tot het oplossen van een $m \times n$ -stelsel van de eerste graad en / of evoluties van blokken gegevens beschrijven met matrices.	mathematiseren: het vertalen van het concreet probleem en het zoeken naar de juiste wiskundige voorstelling en nodige bewerkingen om het probleem op te lossen. In een aantal gevallen kan een matrix gemakkelijker worden opgesteld nadat het probleem geschematiseerd en gevisualiseerd is met behulp van een pijlschema of een graaf. <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mogelijke toepassingen op deze evoluties van blokken zijn: de evolutie van het koopgedrag bij een groep consumenten (Markovketens), de evolutie van een populatie dieren (Lesliematrices), het migratiepatroon van de bevolking in een bepaalde regio (migratiematrices) of het aantal wegen tussen bepaalde grootsteden (verbindingsmatrices).</li> <li>▪ Als mogelijke uitbreidingsleerstof kunnen determinanten behandeld worden. We definiëren een determinant behorend bij een vierkante matrix en gebruiken deze in meetkundige toepassingen.</li> <li>▪ Voor de toepassingen van determinanten beperken we ons tot deze uit de meetkunde.</li> <li>▪ Voorbeelden van meetkundige situaties die aan bod kunnen komen:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- voorwaarde voor het concurrent zijn van drie rechten,</li> <li>- voorwaarde voor het colineair zijn van drie punten,</li> <li>- de oppervlakte van een driehoek,</li> <li>- de vergelijking van een vlak,</li> <li>- het coplanair zijn van vier punten.</li> </ul> </li> </ul>
<b>meetkunde</b>			
5	Vectoren en coördinaten  Reële vectorruimte	20. punten in de ruimte met cartesische coördinaten beschrijven.  21. de basiseigenschappen van een reële vectorruimte (beperkt tot dimensie twee en drie) formuleren en gebruiken.  22. vectoren en coördinaatgetallen en de bewerkingen ervan gebruiken om problemen in ruimtelijke situaties op te lossen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Wat betreft de ruimtemeetkunde kan men een dubbel spoor volgen, met, langs de ene kant, een synthetische benadering in eerste instantie gefocust op de onderlinge stand van rechten en vlakken, en, langs de andere kant, een analytische benadering die leidt tot het opstellen van de vergelijkingen van rechten en vlakken.</li> <li>▪ Beide sporen zijn overigens complementair en wederzijds bevruchtend:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- het eerste draagt bij tot het tekenen en dus zicht in de ruimte,</li> <li>- het tweede tot de analytische vertolking en dus het rekenen zodat een parallelle behandeling zich opdringt.</li> </ul> </li> <li>▪ Het vectorbegrip kan in de ruimte gedefinieerd worden en verbonden worden aan een stel coördinaatgetallen. Het rekenen met deze vectoren en met coördinaatgetallen is analoog als met vectoren en coördinaatgetallen uit de vlakke meetkunde. Ook hier zullen de eigenschappen van de bewerkingen geïllustreerd worden. Het samenvatten van de eigenschappen van de optelling en vermenigvuldiging met een reëel getal</li> </ul>
13	Vergelijkingen van rechten en vlakken	23. rechten en vlakken met parameter- en cartesische vergelijkingen voorstellen.  24. eigenschappen over de ligging van rechten en vlakken in de ruimte onderzoeken, formuleren en	

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
14	Onderlinge ligging	visualiseren, in het bijzonder - evenwijdigheid en loodrechte stand van rechten, van een rechte en een vlak en van vlakken - hoeken tussen rechten, tussen vlakken en tussen een rechte en een vlak.	leidt tot het begrip 'reële vectorruimte met dimensie drie'.
14	Afstanden	25. met een analytische uitdrukking de onderlinge ligging van twee rechten, van twee vlakken en van een rechte en een vlak bespreken.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Vectoren en coördinaatgetallen zijn handige middelen om problemen in de ruimte aan te pakken, waarbij begrippen als afstand (nieuwe analoge afstandsformule in de ruimte), loodrechte stand (scalair product) en hoek voorkomen.</li> </ul>
15	Meetkundige problemen	26. afstanden tussen punten, rechten en vlakken berekenen en visualiseren.  27. meetkundige problemen met diverse hulpmiddelen voorstellen en oplossen met behulp van analytische hulpmiddelen, van meetkundige redeneringen en van een schets die redeneringen en berekeningen ondersteunt.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Rechten en vlakken kunnen met hun vectoriële-, hun parameter- en hun cartesische vergelijkingen beschreven worden. Hierin wordt, zoals in de vlakke meetkunde, een analytische methode aangereikt om een meetkundig probleem op te lossen. Omdat rechten en vlakken ondubbelzinnig bepaald worden door vergelijkingen van de eerste graad, zullen een aantal thema's uit de matrixrekening, zoals het oplossen van stelsels, het al of niet bestaan van oplossingen en eliminatie, een meetkundige toepassing krijgen. Werd - als uitbreiding - in de matrixrekening de determinant aan een vierkante matrix verbonden, dan kan de determinantvergelijking van een vlak opgesteld worden.</li> <li>▪ Het berekenen van allerlei afstanden gebeurt analytisch door gebruik te maken van vergelijkingen van rechten en vlakken en van coördinaten van punten. Ook de loodrechte stand en hoeken krijgen een analytische behandeling.</li> <li>▪ Bij het oplossen van een meetkundig probleem maken de cursisten dus gebruik van analytische hulpmiddelen, van meetkundige redeneringen en van een schets (al of niet met ICT-hulp) die deze redeneringen en berekeningen ondersteunt.</li> <li>▪ Ook kunnen de cursisten geconfronteerd worden met diverse oplossingen van eenzelfde probleem en geraken ze zo betrokken bij het leren evalueren van verschillende strategieën.</li> <li>▪ Mogelijke toepassingen van de analytische methode zijn o.a.:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- de loodrechte stand van rechten, van vlakken en van rechten en vlakken.</li> <li>- de gemeenschappelijke loodlijn van twee kruisende rechten.</li> <li>- de hoek van rechten, van vlakken en van rechten en vlakken.</li> <li>- het scalair product in de ruimte als alternatief voor het onderzoek van de loodrechte stand.</li> </ul> </li> </ul>

## 3.2 Module WiS3 Analyse 1

Administratieve code: M AV G072 80 lestijden

### 3.2.1 Beginsituatie

De cursisten beheersen de modules basisvorming wiskunde ASO 3e graad of slagen in een toelatingsproef.

### 3.2.2 Specifieke eindtermen

#### Reële functies en afgeleiden

- E6: het verloop van een functie onderzoeken, in het bijzonder voor veeltermfuncties en voor rationale, irrationale, goniometrische, exponentiele en logaritmische functies, met beperking van de moeilijkheidsgraad.
- E7: een definitie formuleren voor begrippen uit de analyse en de samenhang met hun gebruik in toepassingen aangeven.
- E8: de eerste en de tweede afgeleide van functies berekenen en ze in concrete situaties gebruiken.
- E10: met behulp van de beschikbare analysekennis problemen wiskundig modelleren en oplossen.
- E11: bij het oplossen van vergelijkingen of ongelijkheden, het omvormen van functievoorschriften, het berekenen van afgeleiden (...) op een verantwoorde wijze gebruik maken van rekenregels, formules en manuele rekentechnieken.
- E12: bij het onderzoeken van functies, het oplossen van vergelijkingen of ongelijkheden, bij berekeningen van afgeleiden (...) en bij het oplossen van problemen geformuleerd met behulp van functies op een verantwoorde wijze gebruik maken van ICT-middelen.

### 3.2.3 Leerplandoelstellingen

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
6	Grafiek van een functie onderzoeken	<ol style="list-style-type: none"><li>de grafiek van een functie onderzoeken.<ul style="list-style-type: none"><li>van de functies <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math>, <math>f(x) = x^n</math>, <math>f(x) = \sin x</math>, <math>f(x) = \cos x</math>, <math>f(x) = a^x</math> en <math>f(x) = {}^a \log x</math>, de grafiek tekenen en de belangrijkste aspecten van het verloop ervan verwoorden</li><li>het verloop van eenvoudige veeltermfuncties en van rationale, goniometrische en exponentiële functies beschrijven met behulp van de begrippen domein, bereik, nulpunt, tekenverloop, continuïteit, limietwaarde, asymptotisch gedrag, raaklijn, stijgen, dalen, extreme waarde, buigpunt, periodiciteit en</li></ul></li></ol>	<ul style="list-style-type: none"><li>De cursisten kennen reeds de begrippen (module CA3 basis) grafiek, functiewaarde (of getalwaarde), nulwaarde, extremum, domein, bereik, tekenverloop van een veeltermfunctie en kunnen ze van een grafiek aflezen.</li><li>Ze kunnen deze begrippen uitbreiden naar nieuwe voorbeelden zoals rationale functies.</li></ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
		<p>symmetrie</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- bij bestudeerde functies een vergelijking opstellen van eventuele verticale en horizontale asymptoten</li> </ul>	
7	Definitie afgeleide	<p>2. een gefundeerde definitie geven van de begrippen continuïteit, limiet en afgeleide en hun aanwending bij het onderzoeken van het verloop van functies verklaren.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Het begrip afgeleide kwam al aan bod in Ca3. Het is dermate belangrijk dat het hier een herhaling verdient.</li> <li>▪ De afgeleide gebruiken als maat voor de ogenblikkelijke verandering van een functie en met behulp van een intuïtief begrip van limiet het verband leggen tussen het begrip afgeleide, het begrip differentiequotiënt en de richting van de raaklijn aan de grafiek.</li> </ul>
8	Berekenen van afgeleiden	<p>3. de formules voor de afgeleiden van de basisfuncties kennen.</p> <p>de basisfuncties: <math>f(x) = x^n</math>, <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math>, <math>f(x) = \sin x</math>, <math>f(x) = \cos x</math>, <math>f(x) = a^x</math> en <math>f(x) = {}^a \log x</math></p> <p>4. de formules van de afgeleide van som, product, quotiënt en samenstelling gebruiken om de eerste en de tweede afgeleide te berekenen.</p> <p>5. het begrip afgeleide herkennen in situaties binnen en buiten de wiskunde.</p> <p>6. de betekenis kennen van de eerste en tweede afgeleide van functies en ze in concrete situaties gebruiken zoals de richting van een raaklijn berekenen, een functie lokaal lineair benaderen, het stijgen en dalen onderzoeken, een extreme waarde bepalen, het toe- of afnemen van een stijging of daling en eventuele buigpunten bepalen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Met behulp van ICT kunnen de cursisten de afgeleide van basisfuncties ontdekken. Het is niet nodig alle formules voor de afgeleide van basisfuncties en de rekenregels te bewijzen, enkele volstaan als illustratie.</li> <li>▪ Dit is het ideale moment om het begrip afgeleide theoretisch uit te diepen.</li> <li>▪ In sommige gevallen kunnen de bewijzen het inzicht in de functies en de betekenis van afgeleiden verdiepen.</li> <li>▪ Het is zinvol om toepassingen uit verschillende domeinen, fysica, economie ... aan bod te laten komen.</li> <li>▪ Bij het oplossen van extremumproblemen zal men voldoende aandacht besteden aan het opstellen van het functievoorschrift en het modelleren van het probleem. Men heeft daarbij ook aandacht voor het praktische domein en voor de evaluatie van de berekende oplossing. Bij zulke problemen kan men gebruik maken van ICT om het probleem rekentechnisch op te lossen, maar ook om zich in te werken in de context via tabellen en grafieken.</li> </ul>
10 11 12	Problemen wiskundig modelleren en oplossen	<p>7. extremumproblemen wiskundig modelleren en oplossen met behulp van ICT of manueel indien dit eenvoudig is.</p> <p>8. vergelijkingen en ongelijkheden bij de bestudeerde functies oplossen, onder meer in</p>	

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
		verband met het bepalen van reële nulpunten, het tekenverloop en de ligging van een grafiek t.o.v. de eerste coördinaat-as, d.m.v. ICT of manueel indien dit eenvoudig is.	
6 10 11 12	Rationale functies	9. het verloop en de grafiek van rationale functies tekenen. 10. vraagstukken (ook van buiten de wiskunde) oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot rationale functies (waaronder extremumvraagstukken) en kunnen de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De cursisten kennen aan de hand van een stappenplan de algemene werkwijze om het verloop en de grafiek van een functie te bepalen en kunnen dit toepassen om het verloop van rationale functies te bepalen.</li> <li>▪ Deze methode kan zich beperken tot enkele oefeningen, maar is toch nuttig om inzicht te verschaffen in de samenhang van de verschillende kenmerken van een functie.</li> <li>▪ Vaak kunnen de resultaten van berekeningen grafisch gecontroleerd worden met ICT.</li> </ul>
6 10 11 12	Irrationale functies	11. het verloop en de grafiek van irrationale functies tekenen. 12. vraagstukken (ook van buiten de wiskunde) oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot irrationale functies (waaronder extremumvraagstukken) en kunnen de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De cursisten kennen aan de hand van een stappenplan de algemene werkwijze om het verloop en de grafiek van een functie te bepalen en kunnen dit toepassen om het verloop van irrationale functies te bepalen.</li> <li>▪ Deze methode kan zich beperken tot enkele oefeningen, maar is toch nuttig om inzicht te verschaffen in de samenhang van de verschillende kenmerken van een functie.</li> <li>▪ Vaak kunnen de resultaten van berekeningen grafisch gecontroleerd worden met ICT.</li> </ul>
6	Asymptoten	13. de cursisten kennen de grafische betekenis van het asymptotische gedrag van een reële functie en kunnen horizontale, verticale en schuine asymptoten van de grafieken van gekende functies tekenen, eventueel met behulp van ICT en de vergelijking opstellen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De verschillende soorten asymptoten kunnen aan bod komen door het nader bekijken van grafieken van functies met behulp van ICT.</li> <li>▪ Daaruit kunnen we de algemene regels afleiden om te bepalen wanneer de respectievelijke asymptoten al dan niet voorkomen en hoe ze te bepalen.</li> <li>▪ Een zinvolle toepassing van de Euclidische deling is de bepaling van een schuine asymptoot bij rationale functies.</li> </ul>
6 11 10	Goniometrische functies	14. het verloop en de grafiek van goniometrische functies tekenen. 15. opstellen en toepassen van som- en verschilformules, verdubbelings- en halveringsformules en formules van Simpson. 16. vraagstukken (ook van buiten de wiskunde) oplossen, eventueel met behulp van ICT, die	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Module Ca5 behandelde uitvoerig de algemene sinusfunctie.</li> <li>▪ De andere goniometrische functies (cosinus en tangens) komen nu ook aan bod.</li> <li>▪ Het is zeker niet de bedoeling om ingewikkelde goniometrische identiteiten te bewijzen maar om deze formules te gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden en bij het omvormen van functievoorschriften.</li> </ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
11 12		aanleiding geven tot goniometrische functies en deze vraagstukken grafisch interpreteren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Men kan gebruik maken van afgeleiden van goniometrische functies om meer diverse toepassingen te behandelen..</li> </ul>
	<i>Cyclometrische functies (facultatief uitbreiding)</i>	<p>17. kennen de cyclometrische functies als inverse van de elementaire goniometrische functies en kunnen aan de hand daarvan de grafiek construeren. (facultatief uitbreiding)</p> <p>18. afgeleiden bepalen en de grafische interpretatie ervan geven. (facultatief uitbreiding)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>In Ca5 kwamen cyclometrische functies reeds onrechtstreeks aan bod bij het oplossen van goniometrische vergelijkingen. (<math>\sin^{-1}</math> en <math>\cos^{-1}</math>) (facultatief uitbreiding)</li> <li>De functies worden nu verder uitgediept. (Let op domein en bereik) (facultatief uitbreiding)</li> </ul>
6 8 10	Exponentiële en logaritmische functies	<p>19. de grafiek van een exponentiële en logaritmische functie tekenen.</p> <p>20. de afgeleide bepalen.</p> <p>21. bij het bestuderen van de afgeleide functie van exponentiële en logaritmische functies het verband leggen met het getal <math>e</math> en de natuurlijke logaritme.</p> <p>22. toepassingen op exponentiële en logaritmische functies maken.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>In Ca4 kwamen logaritmische en exponentiële functies uitgebreid aan bod. Nu gaat de aandacht vooral naar de afgeleiden van deze functies.</li> <li>Bij het bepalen van de afgeleiden van exponentiële functies wordt het getal <math>e</math> aangebracht. Dit als grondtal van de exponentiële functie die gelijk is aan zijn eigen afgeleide.</li> <li>De natuurlijke logaritme wordt ingevoerd als inverse van <math>e^x</math></li> <li>We kunnen een aantal belangrijke exponentiële en logaritmische functies onderzoeken. Enkele aanraders : normaalverdeling van Gauss, gedempte trilling of hyperbolische functies ...</li> </ul>

### 3.3 Module WIS3 Analyse 2

Administratieve code: M AV G073 40 lestijden

#### 3.3.1 Beginsituatie

De cursisten beheersen de eindtermen van WIS3 Analyse 1: Analyse of slagen in een toelatingsproef.

#### 3.3.2 Specifieke eindtermen

#### 3.3.3 Integralen

E9: de bepaalde en de onbepaalde integraal van functies berekenen en ze in concrete situaties gebruiken.

E10: met behulp van de beschikbare analysekennis problemen wiskundig modelleren en oplossen.

E11: bij (...) het berekenen van (...) integralen op een verantwoorde wijze gebruik maken van rekenregels, formules en manuele rekentechnieken.

E12: bij (...) berekeningen van (...) integralen (...) op een verantwoorde wijze gebruik maken van ICT-middelen

#### 3.3.4 Leerplandoelstellingen

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
9	Integralen	<ol style="list-style-type: none"><li>de betekenis van de bepaalde integraal uitleggen met behulp van bovensom en ondersom (Riemansommen).</li><li>kennen de hoofdstelling van de integraalrekening en het verband verklaren tussen bepaalde integralen en onbepaalde integraal van een functie.</li><li>het bepalen van een primitieve van een functie verklaren als de inverse bewerking van afleiden.</li><li>de basisintegralen berekenen.</li></ol> <p>de basisintegralen:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>de gedaante <math>f(x) + c</math>, <math>f(x+c)</math>, <math>cf(x)</math> of <math>f(cx)</math> heeft, waarbij <math>f</math> een functie is met een voorschrift van de vorm <math>x^n</math>, <math>\sin x</math>, <math>\cos x</math>, <math>e^x</math> en <math>\ln x</math></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Het is voor de cursisten het duidelijkst als we vertrekken vanuit de probleemstelling van het bepalen van de oppervlakte onder de grafiek van een functie.</li><li>De hoofdstelling wordt aangebracht via eenvoudige voorbeelden zoals de oppervlakte onder de functie <math>y=2x</math> en <math>y=x^2</math>. Op die manier komen we tot het begrip primitieve functie en onbepaalde integraal. Het is niet nodig de hoofdstelling te bewijzen. We kunnen de stelling controleren via ICT op een aantal voorbeelden.</li></ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten kunnen	Voorbeelden en didactische wenken
		- een som van dergelijke functie is	
9 11 12	Integratiemethoden	5. integreren met behulp van splitsing. 6. integreren met behulp van substitutiemethode. 7. integreren met behulp van partiële integratie.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De eigenschap van lineariteit van onbepaalde integraal wordt toegepast.</li> <li>▪ De substitutiemethode wordt behandeld. Het is belangrijk om het basisprincipe te kennen en dit toe te passen op een aantal voorbeelden.</li> <li>▪ Ook de methode van partiële integratie wordt behandeld.</li> <li>▪ Ga op deze integratiemethodes niet te diep in. Leg liever nadruk op toepassingen (met gebruik van ICT) dan op rekenwerk.</li> </ul>
9 10 11 12	Toepassingen op integralen	8. de oppervlakte van een vlak gebied berekenen. 9. de inhoud van een omwentelingslichaam berekenen. 10. de lengte van een boog berekenen. 11. een daarvoor geschikt probleem, onder meer uit wetenschappen of techniek, modelleren tot een vraag die geformuleerd wordt met behulp van een integraal en eventueel met behulp van ICT oplossen. 12. bij doelstellingen 8-11 op een verantwoorde wijze gebruik maken van rekenregels, formules en manuele rekentechnieken alsook van ICT-middelen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ vertrek steeds van een duidelijke schets en controleer het bekomen resultaat door middel van een realistische schatting.</li> <li>▪ Er is een ruime keuze aan toepassingen: <ul style="list-style-type: none"> <li>- booglengte van een kromme</li> <li>- manteloppervlakte</li> <li>- toepassingen uit de fysica (arbeid, afgelegde weg, ...)</li> <li>- numerieke integratie (trapeziumregel, regel van Simpson, middelpuntsregel)</li> <li>- vraagstukken (ook met onbekende in de integratiegrenzen)</li> </ul> </li> </ul>

### 3.4 Module WIS3 Statistiek-kansrekenen

Administratieve code: M AV G074 60 lestijden

#### 3.4.1 Beginsituatie

De cursisten beheersen de modules basisvorming wiskunde ASO 3e graad of op slagen in een toelatingsproef.

#### 3.4.2 Specifieke eindtermen

##### Discrete wiskunde

E1: (...) het binomium van Newton gebruiken.

E18: telproblemen of problemen met betrekking tot discrete veranderingsprocessen wiskundig modelleren en oplossen.

##### Statistiek en kansrekening

E16: wetten van de kansrekening toepassen voor onafhankelijke en voor afhankelijke gebeurtenissen.

E17: de binomiale verdeling of de normale verdeling gebruiken als model bij een kansexperiment.

#### 3.4.3 Leerplandoelstellingen

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten	Voorbeelden en didactische wenken
<b>Discrete wiskunde</b>			
18	Variaties, herhalingsvariaties, combinaties, herhalingscombinaties, permutaties, herhalingspermutaties	<ol style="list-style-type: none"><li>1. kunnen eenvoudige telproblemen oplossen met behulp van een diagram.</li><li>2. kunnen telproblemen oplossen via formules, de begrippen variaties, herhalingsvariaties, combinaties, herhalingscombinaties, permutaties, herhalingspermutaties hanteren:  door de vraagstelling naar volgorde en herhaling de verschillende gevallen onderscheiden.</li></ol>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ De belangrijkste doelstelling blijft dat cursisten leren telproblemen systematisch aan te pakken. De bedoeling daarbij is het oplossen van de problemen. Cursisten kunnen gebruik maken van een boomdiagram, een wegendiagram of een venndiagram. Maar wanneer het aantal gevallen toeneemt is een visuele voorstelling van alle gevallen niet altijd mogelijk. Hier kan het classificeren van problemen en het invoeren van formules helpen. De begrippen variatie, permutatie en combinatie met of zonder herhaling worden hiervoor ingevoerd.</li></ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten	Voorbeelden en didactische wenken
1  18	Binomium van Newton  De driehoek van Pascal	3. kunnen de formule voor het binomium van Newton formuleren en gebruiken.  4. kunnen de binomiaalcoëfficiënten berekenen en bepalen met behulp van de driehoek van Pascal.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Het verband tussen de driehoek van Pascal en het binomium van Newton is een mooie toepassing. Men kan overwegen het bewijs van deze formule te geven, en daarbij kan aandacht besteed worden aan de idee van een bewijs door inductie.</li> </ul>
<b>Kansrekening – Statistiek</b>			
16	Kansexperimenten  Voorwaardelijke kans en statistische onafhankelijkheid  <i>Regel van Bayes (facultatief-uitbreiding)</i>	5. kunnen de elementaire begrippen uit de kansrekening (zoals experiment, gebeurtenis, uitkomst ...) en de bijhorende notaties gebruiken.  6. kennen het begrip kans, de regel van Laplace en de elementaire eigenschappen die kunnen toegepast worden bij het berekenen van kansen: de somregel en de complementregel.  7. kunnen het begrip voorwaardelijke kans hanteren en herkennen wanneer gebeurtenissen onafhankelijk van elkaar zijn. Ze kunnen de productregel toepassen bij het berekenen van kansen.  8. <i>kunnen de regel van Bayes formuleren en toepassen op een concreet voorbeeld. (facultatief-uitbreiding)</i>  9. kennen het onderscheid tussen een theoretisch berekende kans en een (door simulatie) geschatte kans; (verschil tussen de weet- en zweetkans).	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ook voor voorwaardelijke kans en de regel van Bayes kan er verder gewerkt worden met kansbomen. Voorwaardelijke kansen zitten al impliciet in kansbomen verwerkt en de regel van Bayes kan op een natuurlijke wijze uit een kansboom worden afgeleid. Om deze regel aan te brengen en om later in te zien dat een probleem neerkomt op het omkeren van een voorwaardelijke kans is het zinvol eerst met absolute aantallen te werken en via relatieve frequenties over te stappen op kansen. Talloze praktische voorbeelden kunnen het gebruik van deze regel illustreren.</li> <li>▪ Het is interessant om eenvoudige kansexperimenten te simuleren m.b.v. ICT en hieruit een schatting voor de kans te bepalen en bij een groot aantal uitgevoerde simulaties de variabiliteit op deze geschatte kans bepalen;</li> <li>▪ Een weetkans is een kans die je zo kunt zien of kunt uitrekenen. Wanneer je met een eerlijke dobbelsteen gooit, is de kans dat je een 6 gooit 1 op 6. Dit weet je omdat er zes mogelijke uitkomsten zijn en de kansen op deze uitkomsten even groot zijn.</li> <li>▪ Voor een zweetkans moet je werken. Wat is de kans dat een opgegooide punaise met de punt omhoog komt te liggen? Geen idee. Je kunt de kans schatten door duizend punaises op te gooien en te tellen hoeveel er met de punt omhoog komen te liggen.</li> </ul>
17	Kansvariabelen  Verdelingsfunctie  Verwachtingswaarde en standaardafwijking	10. kunnen bij een eenvoudige discrete toevalsveranderlijke kansverdeling maken (met bijhorende grafische voorstelling), de verwachtingswaarde en de standaardafwijking bepalen en interpreteren en het verband leggen met de begrippen 'gemiddelde' en 'standaardafwijking' uit de statistiek.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Een toevalsvariabele (stochastische variabele) is de numerieke uitkomst van een statistisch experiment, bijv. het aantal koppen bij het herhaald (bijv. 10 maal) opgooien van een muntstuk. De tabel van de kansen van alle mogelijke uitkomsten is de kansverdeling van deze toevalsvariabele. Men kan hier ook een histogram van maken. Naar analogie met een tabel van relatieve frequenties kunnen we ook bij een kansverdeling het gemiddelde (en de standaardafwijking) berekenen.</li> <li>▪ De kansverdeling kan opgesteld worden door middel van simulatie met ICT.</li> </ul>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten	Voorbeelden en didactische wenken
17	Speciale kansverdelingen: - Binomiale verdeling - Normale verdeling	11. kunnen vaststellen of een kansexperiment vertaald kan worden naar het model van de binomiale verdeling of de normale verdeling of geen van beide. 12. kunnen bij een binomiale verdeling de kansfunctie en verdelingsfunctie bepalen en de verwachtingswaarde en standaardafwijking berekenen (met behulp van ICT). 13. kunnen kansen uitrekenen bij normaalverdeelde gegevens en de normale verdeling als model gebruiken om kansen te bepalen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Een veel voorkomende kansverdeling is de binomiale verdeling. Aan de hand van concrete voorbeelden kan bij deze verdeling (zoals bij de normale verdeling) de P-waarde (overschrijdings- en onderschrijdingskansen) onderzocht worden. De berekening van deze kansen gebeurt met ICT. Dit laat ons ook toe om ook hier aandacht te besteden aan het aspect 'toeval' bij een statistisch experiment.</li> <li>▪ Om kansen te bepalen bij normaal verdeelde gegevens wordt gesteund op het verband tussen kansen en relatieve frequenties. De kans dat een doos suiker minder weegt dan 1kg (als het gewicht van alle door dezelfde machine verpakte dozen suiker normaal verdeeld is met gegeven gemiddelde en standaardafwijking of als de normale verdeling een goed model is voor deze verdeling) is de relatieve frequentie van het aantal pakken suiker dat minder weegt dan 1kg.</li> <li>▪ Bij een aantal toepassingen kan het interessant zijn de normale verdeling te gebruiken als benadering voor de binomiale verdeling.</li> </ul>

### 3.5 Module WIS3 Onderzoekscompetentie Wiskunde

Administratieve code: M AV G075 80 lestijden

#### 3.5.1 Beginsituatie

Gewenste voorkennis: De competenties van minstens drie van de vier modules: M AV G071 WIS3 Algebra-Meetkunde, M AV G072 WIS3 Analyse 1, M AV G073 WIS3 Analyse 2 en M AV G074 WIS3 Statistiek – Kansrekenen.

#### 3.5.2 Specifieke eindtermen

##### Wiskunde en cultuur

E19: inzicht verwerven in de bijdrage van wiskunde tot de ontwikkeling van exacte en humane wetenschappen, techniek kunst en het kritische denken.

##### Onderzoekscompetentie

E20: zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken.

E21: een onderzoeksopdracht met een wiskundige component voorbereiden, uitvoeren en evalueren.

E22: de onderzoeksresultaten en conclusies rapporteren en ze confronteren met andere standpunten.

#### 3.5.3 Leerplandoelstellingen

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten	Voorbeelden en didactische wenken
<b>3.5.4 Wiskunde en cultuur</b>			
19		1. kunnen voorbeelden toelichten van de bijdrage van wiskunde tot de ontwikkeling van exacte en humane wetenschappen, techniek, kunst en het kritisch denken.  inzicht verwerven in: <ul style="list-style-type: none"> <li>- aard en nut van wiskundige definities en bewijzen</li> <li>- aard en nut van wiskundige taal en symbolen</li> <li>- aard en nut van wiskunde als instrument om problemen binnen en buiten de wiskunde op te lossen</li> <li>- het feit dat het ontdekken van gemeenschappelijke structuren een belangrijke invloed uitgeoefend heeft op de ontwikkeling van de wiskunde</li> </ul>	

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten	Voorbeelden en didactische wenken
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- het feit dat problemen binnen en buiten de wiskunde een belangrijke invloed uitgeoefend hebben op de ontwikkeling van de wiskunde</li> </ul>	
<b>3.5.5 Onderzoekscompetentie</b>			
20		<p>kunnen zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken.</p> <p>met behulp van ICT:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wiskundige informatie opzoeken</li> <li>- problemen wiskundig analyseren en oplossen</li> <li>- wiskundige onderwerpen verduidelijken en illustreren</li> </ul> <p>kunnen wiskundige informatie uit niet gespecialiseerde media herkennen en kritisch analyseren.</p>	<p>We denken hierbij bijvoorbeeld aan statistische uitspraken in de krant. Publiciteit rond leningen bekijken.</p>
20 21 22		<p>kunnen een onderzoeksopdracht met een wiskundige component voorbereiden, uitvoeren en evalueren.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gegevens uit een tekst vertalen naar een wiskunde probleem, een geschikte presentatie of model kiezen of ontwikkelen, en daarbij onderzoeken of het gekozen model voldoet en het desgevallend bijstellen</li> <li>- een oplossingsstrategie toepassen, de oplossing interpreteren binnen het model en ze naar de originele context vertalen</li> <li>- een oplossing toetsen met behulp van tegenvoorbeelden of door bewijsvoering</li> <li>- een oplossingsstrategie vergelijken met andere strategieën en strategie en oplossing kritische evalueren op hun nauwkeurigheid en realistisch karakter</li> <li>- eenvoudige problemen uit de werkelijkheid die kwantitatief kunnen geformuleerde worden, wiskundig modelleren en hierbij verantwoorde vereenvoudigingen en</li> </ul>	<p>Het is overzichtelijk als de cursisten werken met een stappenplan zoals OVUR en hun vorderingen bijhouden in een logboek bij het doorlopen van een onderzoekscyclus.</p> <p>Onderzoeksfasen gekoppeld aan het OVUR-schema:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><i>1. Oriënteren</i> Oriënteren op het onderzoeksprobleem Formuleren van onderzoeksvragen</li> <li><i>2. Voorbereiden</i> Maken van een onderzoeksplan</li> <li><i>3. Uitvoeren</i> Verwerven van informatie Verwerken van informatie Beantwoorden van vragen en formuleren van conclusies Rapporteren</li> <li><i>4. Reflecteren</i> Eigen evaluatie van het onderzoeksproces en het onderzoeksproduct</li> </ol>

ET	Inhoud	Doelstellingen De cursisten	Voorbeelden en didactische wenken
		benaderingen doorvoeren	
22		2. kunnen over hun opdracht rapporteren en hun conclusie presenteren. Ze communiceren over de oplossingsstrategieën en oplossingen en maken daarbij gebruik van taal en notatie eigen aan de wiskunde.	Dit kan aan de hand van een geschreven vorm, een presentatie van het proces, waarbij ICT kan ingeschakeld worden. Dat kan door het bespreken van de in hun portfolio verzamelde opdrachten en resultaten.

### 3.5.6 Suggesties van onderzoekopdrachten

- Het verzamelen van informatie bij een concrete opdracht (bijv. statistisch een verband leggen in een bepaalde situatie, ontwikkelingen uit de geschiedenis van de wiskunde, het belichten van het werk en de invloed van een wiskundige, ...).
- Het gebruik van wiskunde bij bepaalde wetenschappelijke, technische economische of maatschappelijke toepassingen, het gebruik van wiskunde in schilderkunst, bouwkunst, muziek ...
- Het vergelijken van verschillende oplossingsprocedures voor eenzelfde probleem, bijv. bij het werken met benaderingen.
- Het onderzoeken, formuleren, verifiëren van bepaalde wiskundige vermoedens en het besluit argumenteren.
- Het uitbouwen van argumentatie en/of bewijsvoeringen binnen bepaalde wiskundeonderdelen.
- Een gegeven proces algoritmiseren, met eventueel inbegrip van het programmeren ervan.
- Toegepaste wiskunde gebruiken in een project met andere vakken.

### 3.5.7 Suggesties voor thema's

- Verder uitdiepen van reeds verworven inhoud.  
Bijv: determinanten, correlaties, toetsen van hypothesen,
- Nieuwe wiskundige onderwerpen  
getaltheorie (priemgetallen ...)  
Grafen (Kortste weggennet)  
Chaostheorie
- Wiskunde in de geschiedenis. Geschiedenis van de wiskunde. Wetenschapsfilosofie.  
Op keerpunten in de geschiedenis hebben wiskunde en wetenschappen, wiskundigen en wetenschappers (en ze waren dan vaak ook 'filosofen' of is het omgekeerd) een

belangrijke rol gespeeld. Voorbeelden zijn onder meer te vinden in de Griekse beschaving (ontwikkeling van de wetenschappelijke methoden met o.m. Plato, Aristoteles, Pythagoras, Euclides, Archimedes ...), de zestiende en/of zeventiende eeuw (o.m. Descartes, Fermat, Pascal, Newton ...) en de overgang negentiende en twintigste eeuw (o.m. Whitehead, Russell ... en o.m. een aantal computerdeskundigen.)

- Digitale codering van informatie.  
binair stelsel, beveiliging, cryptografie ...
- Kunst en wiskunde  
Escher, Gulden snede, Fibonacci, wiskunde en muziek, fractalen, perspectief ...
- Wiskunde met wetenschappen (aardrijkskunde, fysica, chemie, biologie)
  - Cartografie
  - Opmeten en in kaart brengen van een terrein
  - Demografische modellen en de wiskunde die daarbij gebruikt wordt.
  - Evolutie van een populatie (Bijv. met gebruik van Lesliematrices.)
  - Banen van planeten en kunstmanen
  - De tijdmeting door de eeuwen heen
  - Ouderdomsbepaling - C14-methode
  - Kansbomen (erfelijkheid)
  - ...
- Wiskunde en economie
  - Dataverwerking en interpretatie
  - Beleggen met wiskunde
  - Huren of kopen
  - Hypotheek gratis door inflatie?

### 3.5.8 Werkvormen

- Het verwerven van onderzoeksvaardigheden biedt de cursisten voor de toekomst heel wat mogelijkheden in hun vervolgopleiding. Het is echter geen gemakkelijke klus.
- Om het voor cursisten haalbaar te maken zal men zeker gebruikmaken van de probleemoplossende vaardigheden en reflectieve vaardigheden, die al in het gebruikelijke curriculum aan bod moeten komen. Men zal het best de cursisten zo concreet mogelijk aan het werk zetten aan een opdracht, afhankelijk van de mogelijkheden van de cursist, al of niet goed afgelijnd. Het is belangrijk de vaardigheden geleidelijk aan op te bouwen en te vertrekken van eenvoudige welomlijnde kortere opdrachten om geleidelijk aan op te bouwen tot grotere en complexere projecten.
- Ook in werkvormen en rapportering kan men variëren:

- individuele opdrachten en groepswork. Een aantal opdrachten kunnen individueel gegeven worden. Maar het lijkt ook zinvol ruimere probleemstellingen te behandelen in de vorm van groepstaken. Hierbij zullen leerlingen, weliswaar op hun niveau, over wiskunde en probleemaanpak moeten communiceren. Hiermee zal hun (wiskundige) taalvaardigheid aangescherpt worden (bijv. nauwkeurigheid, correct gebruik wiskundige begrippen). Zoals bij elke vorm van groepswork bestaat hier de kans op (verdere) ontwikkeling van de sociale vaardigheden (van onderlinge communicatie, spreken en luisteren, openheid, respecteren van afspraken, respecteren van elkaars persoon, aanbrengen van en/of aanvaarden van een andere mening).
- Schriftelijk rapporteren, presentatie, tentoonstelling ...

### 3.5.9 Organisatie op schoolniveau

- Samenwerking tussen leraren
  - Om de studielast van de leerlingen en de planlast van de leraren beheersbaar te houden, zijn afspraken en samenwerking met betrekking tot een aantal aspecten onontbeerlijk.
- Studielast van leerlingen, bijv.:
  - afspraken rond het aantal en de spreiding van de onderzoeksopdrachten;
  - transfer van vaardigheden (verslaggeving, informatieverwerking en -verwerking, bibliografische verwerking );
  - voortbouwen op verworven kennis en vaardigheden;
- Planlast van de leraren, bijv.:
  - gelijkgerichte didactische visie;
  - ontwikkelen van bepaalde begeleidings- en evaluatiemodellen, bijv. portfolio, logboek, zelfevaluatie
  - efficiënt gebruik van bepaalde lokalen, materialen en werkingsmiddelen;
- Het kan interessant zijn om een gezamenlijk project op te zetten met de andere pool.

### 3.5.10 Inspiratiebronnen

- [www.t3vlaanderen.be](http://www.t3vlaanderen.be)  
T3 staat voor 'Teachers Teaching with technology'. Sommige teksten van T3 Vlaanderen worden gebundeld in Cahiers met concrete problemen.
- Zebra-reeks  
<http://www.epsilon-uitgaven.nl/zebra.php>  
Onderwerpen uit de wiskunde, die buiten het standaard curriculum vallen, maar wel zeer de moeite waard zijn.  
Enkele voorbeelden:  
[www.epsilon-uitgaven.nl/E53.php](http://www.epsilon-uitgaven.nl/E53.php)  
[www.epsilon-uitgaven.nl/E54.php](http://www.epsilon-uitgaven.nl/E54.php)  
[www.epsilon-uitgaven.nl/E55.php](http://www.epsilon-uitgaven.nl/E55.php)  
[www.epsilon-uitgaven.nl/E42.php](http://www.epsilon-uitgaven.nl/E42.php)
- Starterskit onderzoeksopdrachten wiskunde, Van Basis Tot Limiet (die keure)

- Doeboeken Vierkant  
<http://www.vierkantvoorwiskunde.nl/uitgaven/doeboeken/index.html>  
 Vierkant voor Wiskunde publiceert doeboeken. De inhoud van deze boeken is geschikt als verbredingsmateriaal voor wie graag op een creatieve wijze met wiskunde aan de slag gaat.
- <http://www.vierkantvoorwiskunde.nl/wiskundeclubs/onderzoeksprog.php>  
 Bij Vierkant voor wiskunde vind je ook een aantal onderzoeksprogramma's, met vrij volledig uitgewerkte teksten.
- <http://www.novaplein.nl/vavo/wiskunde/appendixvwo2004.html>  
 Praktische opdrachten voor wiskunde, zowel een samenvatting als de uitvoerige opdracht.
- <http://www.stepnet.nl/stepnet/content.asp?>  
 Praktische opdrachten voor wiskunde
- <http://huiswerk.scholieren.com/>  
 Praktische opdrachten voor wiskunde
- <http://www.efa.nl/onderwijs/2000/chaosfrac/>  
 Studiewijzer ivm. chaos en fractalen
- <http://havovwo.kennisnet.nl/profielwerkstuk/cm>  
 Praktische opdrachten voor wiskunde, uitgewerkt op 4 niveaus: thema, uitwerking, documentatie, studie-info
- <http://www.mathforum.org/isaac/mathhist.html>  
 Praktische opdrachten vanuit het oogpunt van de geschiedenis van de wiskunde (Engelstalig)
- <http://www.win.tue.nl/~jessers/aansluiting/profielwerkstukken.htm>  
 Ideeën voor profielwerkstukken
- <http://www.rug.nl/ec/onderzoek/publicaties>  
 Aantal heel interessante publicaties, ook i.v.m. onderzoekend leren, van Rijksuni-versiteit Groningen, oa van Anne Van Streun
- <http://www.ub.rug.nl/eldoc/redes/a.van.streun/>  
 Tekst 'Het denken bevorderen' van Anne Van Streun
- [edubron-www.uia.ac.be/nieuws/files/34f.pdf](http://edubron-www.uia.ac.be/nieuws/files/34f.pdf)  
 Interessante tekst ivm procesevaluatie, met inbegrip van een aantal evaluatie-instrumenten, van Luc Van Canneyt
- [download.cito.nl/pub/vo/se/prakopdr/pwsgomarus.doc](http://download.cito.nl/pub/vo/se/prakopdr/pwsgomarus.doc)  
 Handleiding over het opzetten van een profielwerkstuk van het Gomarus College

- [www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/3902.pdf](http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/3902.pdf)  
Praktische opdrachten bij wiskunde: verslag van een onderzoek
- [www.wiskundeweb.nl](http://www.wiskundeweb.nl)  
Ideeën voor profielwerkstukken

### **3.5.11 Evaluatie**

Bij de evaluatie van onderzoekscompetentie gaat het om de mate waarin de leerling de hierboven vermelde eindtermen heeft gerealiseerd. Hierbij kan de leraar het stappenplan als leidraad gebruiken. Bij elke stap zal een aantal beoordelingscriteria moeten opgesteld worden. Niet alleen het product moet geëvalueerd worden, maar vooral het proces.

### **3.5.12 Minimale materiële vereisten**

Het is duidelijk dat voor de module onderzoekscompetenties, de leerlingen toegang moeten hebben tot naslagmateriaal. Dit is het beste een combinatie van boeken, tijdschriften en opzoekwerk via internet. Voor een deel van deze lessen hebben de leerlingen dus toegang tot internet nodig. Ook hebben ze voor bepaalde opdrachten een grafisch rekentoestel of een wiskundig computer pakket nodig.

## **4 Algemene pedagogisch–didactische wenken**

### **Vakoverschrijdende eindtermen**

#### **Wat?**

Vakoverschrijdende eindtermen (VOET) zijn minimumdoelstellingen, die – in tegenstelling tot de vakgebonden eindtermen – niet gekoppeld zijn aan een specifiek vak, maar door meerdere vakken, onderwijsprojecten of de centrumcultuur worden nagestreefd.

De VOET worden volgens een aantal vakoverschrijdende thema's geordend: leren leren, sociale vaardigheden, opvoeden tot burgerzin, gezondheidseducatie en milieueducatie

Het centrum heeft de maatschappelijke opdracht om de VOET volgens een eigen visie en stappenplan bij de cursisten na te streven (inspanningsverplichting).

#### **Waarom?**

Het nastreven van VOET vertrekt vanuit een bredere opvatting van leren en beoogt een accentverschuiving van een eerder vakgerichte ordening naar meer totaliteitsonderwijs. Door het aanbieden van realistische, levensnabije en concreet toepasbare aanknopingspunten, worden cursisten sterker gemotiveerd en wordt een betere basis voor permanent leren gelegd.

VOET vervullen een belangrijke rol bij het bereiken van een voldoende brede en harmonische vorming en behandelen waardevolle leerinhouden, die niet of onvoldoende in de vakken aan bod komen. Een belangrijk aspect is het realiseren van meer samenhang en evenwicht in het onderwijsaanbod. In dit opzicht stimuleren VOET centra om als een organisatie samen te werken.

De VOET verstevigen de band tussen onderwijs en samenleving, omdat ze tegemoetkomen aan belangrijk geachte maatschappelijke verwachtingen en een antwoord proberen te formuleren op actuele maatschappelijke vragen.

#### **Hoe te realiseren?**

Het nastreven van VOET is een opdracht voor het hele team, maar individuele leraren kunnen op verschillende wijzen een bijdrage leveren om de VOET te realiseren. Enerzijds door binnen hun eigen vakken verbanden te leggen tussen de vakgebonden doelstellingen en de VOET, anderzijds door thematisch onderwijs (teamgericht benaderen van vakoverschrijdende thema's), door projectmatig werken (klas- of centrumprojecten, intra- en extra-muros), door bijdragen van externen (voordrachten, didactische uitstappen). Ook in het dagdagelijkse functioneren komen VOET aan bod.

Het is een opdracht van het centrum om via een planmatige en gediversifieerde aanpak de VOET na te streven. Ondersteuning kan gevonden worden in pedagogische studiedagen en nascholingsinitiatieven, in de vakgroepwerking, via voorbeelden van goede praktijk en binnen het aanbod van organisaties en educatieve instellingen.

## 5 Evaluatie

Evaluatie in de klas kan verschillende functies vervullen. De meest voor de hand liggende functie is het beoordelen. De evaluatie heeft als doel een (eind)oordeel uit te spreken over de leerprestaties van de cursist. Een tweede functie van evaluatie is het opsporen van leerproblemen en het geven van feedback met de bedoeling te remediëren. Zowel de leerkracht als de cursist krijgen door de evaluatie informatie over hoever de vooropgestelde doelen al bereikt zijn en wat er eventueel fout liep. De sturing van het onderwijsproces is een derde functie van evaluatie. De leerkracht zelf kan de informatie die hij/zij verzamelt bij evaluatie gebruiken om te reflecteren over zijn/haar eigen lesgeven om dit te optimaliseren. “Kan ik verdergaan met de leerstof?” “Voor dit onderdeel moet ik volgend jaar zeker meer tijd uittrekken.” Evaluatiegegevens kunnen ook gebruikt worden bij het nemen van beslissingen op de deliberatie, en bij het formuleren van advies naar de cursisten.

Afhankelijk van de bedoeling van de evaluatie, of van de beslissing die de leraar wil nemen op basis van de evaluatiegegevens, moet er een andere vorm van evaluatie gekozen worden die andere informatie oplevert.

Heeft de evaluatie als doel het onderwijsleerproces bij te sturen of individuele leerproblemen op te sporen, dan is een meer formatieve (tussentijdse) vorm van evaluatie aangewezen. Dit kunnen tussentijdse toetsen zijn, taken voor thuis, opdrachten in de klas .... Deze evaluatie is er op gericht enerzijds het leerproces van de cursisten en anderzijds het onderwijzen van de leraar te optimaliseren... Formatieve evaluatie moet nagaan waar cursisten nog extra uitleg en begeleiding nodig hebben. Cruciaal is de feedback die hierbij verschaft wordt aan de cursisten en de leraar. Zeer belangrijk, zeker bij een volwassen publiek, is het geven van positieve feedback. Zo weten de cursisten wat ze al bereikt hebben en neemt hun zelfvertrouwen en de motivatie voor het vak toe. Regelmatig toetsen is belangrijk om de cursisten te leren omgaan met examenstress. Op die manier leren ze ook hoe ze goede antwoorden kunnen formuleren.

De eindevaluatie is gericht op resultaatbepaling en heeft als doel een eindoordeel uit te spreken over de leerprestaties van de cursisten. Het examen geeft aan of er voldoende leerdoelen bereikt zijn op het einde van een module om het deelcertificaat te behalen.

Een belangrijk deel van de leerplandoelen betreft vaardigheden. Deze dienen ook als vaardigheden geëvalueerd te worden. Dus niet alleen het eindresultaat van een opgave is belangrijk, ook het proces, de manier waarop te werk is gegaan.

De organisatie van de examens en de evaluatie wordt bepaald door de school. Dit is een deel van de eigen schoolcultuur. Maar er moet steeds op gelet worden dat de evaluatie aansluit bij de onderwijspraktijk. Dit wil zeggen dat ze moet aansluiten bij het verwerkingsniveau en de doelstellingen die tijdens de lessen nagestreefd werden.

## **6 Minimale materiële vereisten**

Het is aangewezen dat de leerkrachten wiskunde beschikken over een behoorlijk bord. Ook het gebruik van een overhead is bij bepaalde lessen zeker nuttig.

De cursisten hebben ook een zakrekenmachine, minimaal een wetenschappelijk met daarop de goniometrische functies, de wetenschappelijke notatie, machten en wortels.

Voor een aantal lessen is het nodig gebruik te maken van een grafisch rekenmachine en/of een wiskunde pakket op de computer. Voor de module over statistiek om tabellen en grafische voorstellingen te maken, voor de studie van functies om grafieken te tekenen en nulwaarden en extreme waarden te bepalen. Ook een aantal berekeningen kunnen met een grafisch rekentoestel of een PC-pakket sneller gebeuren, zodat extra aandacht kan besteed worden aan de interpretatie en de context.

## 7 Bibliografie

### 7.1 Educatieve uitgeverijen

De Garve, Groene poortdreef 27, 8200 St Michiels Brugge  
De Sikkel, Nijverheidsstraat 8, 2390 Malle  
De Gulden Engel, Vrijheidsstraat 33, 2000 Antwerpen  
Die Keure, Oude Gentweg 108, 8000 Brugge  
IMM, Laborslei 114, 2100 Deurne  
Pelckmans Uitgeverij N.V., Kapelsestraat 222, 2950 Kapellen  
Standaard Educatieve Uitgeverij, Belgiëlei 147A, 2018 Antwerpen  
Van In, Grote Markt 39, 2500 Lier  
Wolters – Plantijn, Santvoortbeeklaan 21-25, 2500 Deurne

### 7.2 Naslagwerken

CREM a.s.b.l., Les mathématiques de la maternelle jusqu' à 18 ans, Nivelles, Centre de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 1995  
DEVLIN, K., Wiskunde. Wetenschap van patronen en structuren, Beek, Segment Uitgeverij, 1998  
ERNEST, P., The Philosophy of Mathematics Education, London, The Falmer Press, 1992  
HERWEYERS & K. STUELENS, Statistiek met een grafisch rekentoestel, Leuven, Acco, 2000.  
KAPLAN, R., Het Paradoxe Niets. Geschiedenis van het getal nul, Amsterdam, Bert Bakker, 2000  
MANKIEWICZ, R., Het verhaal van de wiskunde, Amsterdam, Uniepers, 2000  
PAULOS, J.A., Ongecijferdheid. De gevolgen van wiskundige ongeletterdheid, Amsterdam, Ooievaar, 1994.  
POLYA, G., How to solve it, Princeton, University Press, 1973.  
STAAI, H. & VAN ALTEN T., e.a., Pascal, wiskunde voor de tweede fase, reeks Thieme, Zutphen, 1998.  
STEUR, H., Levende wiskunde, toepassingen geordend naar wiskundig onderwerp, Educaboek, 1980.  
SLO, Wiskunde in de tweede fase. Inclusief examenprogramma's, Enschede, SLO, 1996  
STRUJK, D.J., Geschiedenis van de wiskunde. Het Spectrum, Utrecht, 1990.  
VAN DIEREN-THOMAS F. et Groupe d'Enseignement Mathématique (GEM), De Question en Question Mathématiques, reeks, Didier Hatier, Brussel, 1993 e.v.

### 7.3 Tijdschriften

Uitwiskeling, Driemaandelijks tijdschrift, Celestijnenlaan 22B, 3001 Leuven  
Wiskunde en Onderwijs, Driemaandelijks tijdschrift van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraren (VVWL), C.Huysmanslaan 60, bus 4, 2020 Antwerpen  
Euclides, Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, De Schalm 19, 8251 LB Dronten  
Nieuwe wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands wiskunde onderwijs, Freudenthal Instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht.  
Pythagoras, Wiskundetijdschrift voor jongeren, Niam b.v. , Neuhuyskade 94, 2596 XM Den Haag.

### 7.4 ICT-informatie

<http://www.wiskunde.nu>  
<http://www.fi.uu.nl/rekenweb>  
<http://digischool.bart.nl/wi/wilok.htm>  
<http://users.pandora.be/wiskunde>  
<http://www.wageningse-methode.nl>  
<http://www.iec.nhl.nl/exact/liowisk/opdr.htm>  
<http://www.skyline.cistron.nl/wisktext.htm>

Pakketten zoals Derive en Maple voor analyse, Excel en Derive voor statistiek.

#### 7.4.1 Online oefeningen Functies van de eerste graad

- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3funct.htm>  
Stellen de afgebeelde grafieken functies voor?
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3dombld.htm>  
Bepaal het domein en het beeld van de gegeven functies.
- [http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3fw\\_graf.htm](http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3fw_graf.htm)  
De functiewaarde bepalen op de grafiek.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3functiewaarde.htm>  
De functiewaarde bepalen aan de hand van het functievoorschrift.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3grafiek.htm>  
Kies het juiste voorschrift bij een gegeven grafiek.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3rechte.htm>  
Zoek de rechte die hoort bij de gegeven vergelijking.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3rechte2.htm>  
Herken de vergelijking van een gegeven rechte.
- <http://www.motivatingmath.com/html/Algebra3-3.html>  
Tekende rechte waarvan het voorschrift gegeven is door twee punten te bepalen.
- [http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3vglrechte\\_oef.htm](http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3vglrechte_oef.htm)  
Tekende rechte waarvan het voorschrift gegeven is.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3puntooprechte.htm>  
Ga na of een punt op de rechte ligt waarvan het voorschrift gegeven is.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3snijpuntassen.htm>  
Zoek de snijpunten van de rechten met de assen.
- <http://users.telenet.be/wiskundehoekje/wiskoef/3vglrechte.htm>  
Bepaal de vergelijking van een rechte.
- [http://www.fi.uu.nl/toepassingen/02023/toepassing\\_wisweb.html](http://www.fi.uu.nl/toepassingen/02023/toepassing_wisweb.html)  
Bepaal de vergelijking van de rechte (enkel niveau 1 - de eerste 5 oefeningen zijn mogelijk op dit moment)

#### 7.4.2 Downloads

- <http://education.ti.com/us/product/apps/latest.html>  
Voor de TI-83 of TI-84 is er de application "Guess Coefficients", waar je bij "linear" oefeningen op de vergelijking van een rechte krijgt. Als dit niet standaard op jouw rekenoestel staat, kan het downloaden via:
- <http://www.gedesasoft.be/softmaths-lln/download.html>  
Hier kan je softmaths downloaden. Kies de gratis leerlingversie. Je kan dan oefeningen maken op eerstegraadsfuncties.
- <http://www8.pair.com/ksoft/>  
Graphmatica is gratis software waarmee je functies kan tekenen.

- <http://www.wageningse-methode.nl/download/>  
Kies hier voor wm4demo.zip om een programmaatje te downloaden dat je toelaat te oefenen op de vergelijking van een rechte.

### 7.4.3 Statistiek

- <http://wiskunde.hacom.nl>  
Je vindt hier verschillende onderwerpen om te onderzoeken, berekeningen, grafische voorstellingen en klassenindelingen.  
<http://users.telenet.be/wiskundehoekje/>  
Op deze site vind je presentaties gemaakt door leerlingen (zie verder).  
<http://skyline.www.cistron.nl>  
Hier vind je werkelijk een volledig overzicht met voorbeelden.
- [http://home.scarlet.be/ursula/wisk\\_oef.htm](http://home.scarlet.be/ursula/wisk_oef.htm)  
Op de site het "Wiskundehoekje" vind je heel wat oefeningen in verband met statistiek, zoals je op deze pagina kan zien. Daarnaast kan je ook werkbladen en presentaties downloaden.

### 7.4.4 Algemeen

- <http://www.ies.co.jp/math/java/>  
applets over heel veel onderwerpen
- [www.wiskunde.nu](http://www.wiskunde.nu)  
portalsite met heel veel links naar wiskundepagina's.
- <http://www.univie.ac.at/future.media/moe/>  
applets en oefeningen, vooral voor 2 de en 3 de graad
- <http://www.digischool.nl/wi/index.php>  
applets en oefeningen

### 7.4.5 3e graad

- <http://home2.scarlet.be/greetvrh/>  
toepassingen voor 4 de , 5 de en 6 de jaar
- <http://users.pandora.be/wishoek/index.htm>  
toepassingen voor 4 de , 5 de en 6 de jaar
- <http://wiskunde-interactief.be/>  
gerubriceerde site met onderwerpen voor 4 de , 5 de en 6 de jaar
- <http://home.scarlet.be/~katroot/>  
gerubriceerde site met onderwerpen voor 4 de , 5 de en 6 de jaar
- <http://users.pandora.be/bruno.van.eeckhout/>  
5 de jaar

### 7.4.6 Afgeleiden

- [www.ies.co.jp/math/java/calc/doukan/doukan.html](http://www.ies.co.jp/math/java/calc/doukan/doukan.html)
- <http://www.univie.ac.at/future.media/moe/galerie/diff1/diff1.html#ableitung>
- <http://wims.unice.fr/wims/wims.cgi?session=ILF8E2DA5E.2<=en&module=U1%2.....>



**Advies tot goedkeuring van leerplannen**

**1 ADMINISTRATIEVE GEGEVENS**

**1.1 Benaming van het leerplan:**

Onderwijsniveau	Volwassenenonderwijs
Studiegebied / Leergebied	Algemene vorming
Opleiding	Wiskunde specifiek gedeelte
Rangschikking	ASO 3
Organisatievorm	Modulair

**1.2 Datum van ontvangst: 7 september 2007**

**1.3 Datum van verzending van het advies naar de indiener:**

**1.4 Behandelende inspecteurs:**

Eindverantwoordelijke: **Fernand Vermeesch**

Collega's :

**1.5 Gegevens m.b.t. de indiener van het leerplan:**

**Indiener: Netoverschrijdende samenwerking in het project Netwerkvorming inzake curricula in het Volwassenenonderwijs**

**Adres: Sainte-Adresseplein 12 B-1070 Anderlecht**

Netoverschrijdend

## 2 ADVIES

**Advies tot definitieve goedkeuring betreffende het leerplan met kenmerk: Code inspectie  
06-07/1620/N/G**

### 2.1 Het leerplan

Het leerplan is van kracht als definitief goedgekeurd leerplan vanaf 1 september 2008.

### 2.2 De doelstellingen

De doelstellingen van het leerplan zijn conform aan de uitgangspunten, de funderende doelstellingen, de algemene eindtermen en de specifieke eindtermen van het opleidingsprofiel.

### 2.3 Eigen inbreng

Het leerplan geeft niet aan waar de ruimte voor eigen inbreng zich situeert. Het leerplan is volledig congruent aan het opleidingsprofiel. Er worden geen bijkomende doelen geformuleerd.

### 2.4 Opbouw

Het leerplan maakt de systematiek duidelijk volgens welke het is opgebouwd. Het geeft de samenhang aan met voorafgaande of daaropvolgende modules. Het leerplan neemt de opbouw en de samenhang van het opleidingsprofiel over.

### 2.5 Consistentie

Het leerplan bevat geen doelstellingen die strijdig zijn met de algemene eindtermen en de specifieke eindtermen van het opleidingsprofiel. Het leerplan is volledig congruent aan het opleidingsprofiel en formuleert geen bijkomende doelstellingen.

### 2.6 Materiële uitvoerbaarheid

Het leerplan vermeldt welke materiële vereisten minimaal noodzakelijk zijn voor een goede uitvoering.

### 2.7 Opmerkingen